



Agrár-környezetvédelmi Modul Talajvédelem-talajremediáció

**KÖRNYEZETGAZDÁLKODÁSI MÉRNÖKI MSc
TERMÉSZETVÉDELMI MÉRNÖKI MSc**



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg



Térbeli adatok elemzése; interpoláció, krigelés, kokrigelés 55.lecke



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg



Interpoláció

- A mintákat jellemző paraméterek legtöbbször a területen elszórva és különböző gyakorisággal vett mintákból kerülnek meghatározásra.
- A pontszerű értékekből a teljes vizsgálati területet lefedő folyamatos adatfelszín - leggyakrabban - valamilyen adatrácsot alakítunk ki *interpoláció* segítségével.





- Ennek megfelelően a térbeli interpoláció az az eljárás, amely a rendelkezésre álló megfigyelések által meghatározott térség mintavétellel nem rendelkező pontjaiban becslést ad a vizsgált tulajdonságok értékére, a megfigyelt pontok tulajdonságai és térbeli helyzete alapján.
- A térbeli interpoláció azon a feltevésen alapul, hogy a térben egymáshoz közel elhelyezkedő pontok értéke nagyobb valószínűséggel hasonló, mint az egymástól messze levő pontoké (Tobler törvénye).





Interpoláció

- A zónák alkotása állandó paraméterekkel jellemezhető térrészek kijelölését jelenti.
- A zónák határvonalai többnyire valamilyen földtani, vízföldtani egység (jellemzően homogén képződmény, vetőkkel határolt terület, eltemetett folyómeder, stb.) valós vagy feltételezett határán futnak.





Interpoláció

- A zónák kialakítása során alapvetően két problémát kell megoldani: egyrészt az egyes zónák helyzetét, méretét és alakját kell meghatározni, azaz a teret fel kell osztani egy-egy paraméterrel jellemezhető térrészekre, másrészt becsülni kell az egyes zónákra jellemző értékeket.
- Az egyes zónákra jellemző értékek meghatározása történhet számtani átlagolással, területek szerint súlyozott átlagolással (Boldürev-eljárás), krigeléssel és azt követően egyenletes eloszlású pontokból történő átlagolással, valamint inverz számítási eljárásokkal.





Az interpolációs eljárások

- Az interpolációs eljárásokat legalább két fő csoportba sorolhatjuk. Amennyiben az interpoláció alapját képező adatpontokon képzett felület az eredeti értékeket hűen (eltérés nélkül) visszaadja, egzakt (exact) interpolátorokról beszélünk. Itt a felület áthalad mindazon pontokon, amelyek értéke ismert: ilyen a lokális hiba (a nugget értéke nulla) nélküli krigelés.





- A közelítő (approximative) interpolátorokat olyan esetekben alkalmazzák, amikor az adott felületi értékek bizonyos mértékben bizonytalanok. Itt azt a feltevést modellezzük, hogy gyors a térbeli változásuk, így lokális bizonytalanságot (hibát) eredményeznek a rögzített értékekben. Ilyen becslő eljárások: PI. a Thiessen poligonok, többfokú polinom függvények, trendfelületek, lokális hibával modellezett krigelés.
- A simítás (Spline pontkiegyenlítés) csökkenti a hibák hatását az eredő felületre.





Az interpolációs eljárások

- *A távolsággal fordítottan arányos* (inverse distance to power) egy nagyon gyors, súlyozási módszer. A súlyérték hatása a vizsgálati távolsággal csökken. Ez azt jelenti, hogy, minden más tényező egyezése esetén, minél közelebb van egy adatpont a keresett ponthoz, annál nagyobb súllyal számít a Z érték meghatározásában.





Adott N adat érték: $\{ Z_1, Z_2, \dots, Z_N \}$

Az interpolált érték bármely rácspontnál (legyen G_j)
kiszámítható, mint az adat pont értékek súlyozott átlaga:

$$G_j =$$

- ahol G_j az interpolált rácspont érték a j pontnál
- N az adatpontok száma minden rácspont interpolációjánál
- Z_j a Z érték az i -edik adatpontnál
- w_{ij} a G_j számításakor az i -edik adatponthoz kapcsolódó súly

A w_{ij} súly 0 és 1,0 között változik, minden adatpontra melyet az interpoláció során számba veszünk. Azon adatpontok, melyekhez nagyobb súly tartozik, az 1,0-hez közelebb eső súlyfaktorhoz íródnak, míg azok, melyekhez kisebb súly tartozik, a 0-hoz közelebbi súlyfaktorhoz íródnak.





Az interpolációs eljárások

A rácsalapú módszerek közötti különbség a matematikai algoritmusban van, mellyel kiszámítjuk a súlyokat a rácspont interpoláció során. Minden módszer a meglévő adatok más és más ábrázolását eredményezi. *A távolsággal fordítottan arányos (IDW) összefüggés esetén a számítás alapja a következő:*

$$Z_j = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Z_i}{h_{ij}^\beta}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{h_{ij}^\beta}}$$

ahol

$$h_{ij} = \sqrt{d_{ij}^2 + \delta^2}$$

h_{ij} : effektív vizsgálati távolság j rácspont és i szomszédpont között

Z_j : j rácspont interpolált értéke

Z_i : szomszédos pontok j rácspont i szomszédos pontja közti távolság

β : súlyérték

δ, d_{ij} : simító paraméterek



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg



Az interpolációs eljárások

Az előző összefüggésből belátható, hogyha a simító paraméter értéke 0, akkor egzakt interpolátorként alkalmazhatjuk az összefüggést. 0-1 között megadott érték esetén különböző mérvű simítást lehet elérni.

Az egzakt művelet esetén a kapott eredményben gyakran találkozunk "ökör szem" jelenséggel, azaz közel koncentrikus szintvonalakat kapunk a lokális jelleg erős figyelembe vétele miatt.

Simítással ezt a jelenséget mérsékelhetjük az alábbi összefüggés alapján.

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i}{\sum_{i=1}^n 1} \cdot \frac{1}{(h_{ij} + \delta)^\beta}$$



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg



Krigelés (Kriging)

- A krigelést optimális interpolációként is szokta a szakirodalom emlegetni. Mára főleg a Matheron és társai nyomán, az eredeti egyszerű krigelésnek számos változata terjedt el, melyek közül alapvetőek a pont és a blokk krigelés.





- A pont krigelés esetén a térbeli becslés alapja a pont értéke a vizsgálati rácsponthban, míg a blokk krigelés a vizsgálatba vont rács cellák méretét és alakját veszi figyelembe, ennek megfelelően a blokkon belül átlagol és nem vizsgálja a pontok értékeit. Így simító jellegű interpolátornak tekinthető.
- A krigelés a paramétereknek ismeretlen pontban, geostatisztikai alapokon nyugvó meghatározására alkalmas a környező mérési értékek alapján. A módszer alapvetően egy súlyozott átlagszámítás. Az alkalmazott átlagszámítási súlyokat, geostatisztikai alapokon variogram-függvények segítségével határozhatjuk meg (Steiner, 1990).





- A krigelés a paramétereknek ismeretlen pontban, geostatisztikai alapokon nyugvó meghatározására alkalmas a környező mérési értékek alapján. A módszer alapvetően egy súlyozott átlagszámítás. Az alkalmazott átlagszámítási súlyokat, geostatisztikai alapokon variogram-függvények segítségével határozhatjuk meg (Steiner, 1990).
- A krigelés egzakt és simító interpolátorként is használható a felhasználó által meghatározott paraméterektől függően. Az anizotrópia nagyságát és irányát is figyelembe tudja venni. A módszer során a vizsgálati rácsponthoz mérve meghatározzuk azt a keresési kör alakú távolságot (anizotrópia esetén azt a meghatározott irányú ellipszist), amelyen belül a mintavételi pontok varianciájának figyelembe vételével osztjuk ki az interpolációs súlyokat, melyek összege 1.





Variogram

- A kísérleti félvariogram (semivariogram) a mintavételi pontok térbeli varianciáját (heterogenitását), erősségét és távolságát határozza meg.
- A variogram modell matematikailag leírja az adatok térbeli szóródását.





- Az interpolációs súly, amit az adat ponthoz rendelünk a rácspont kiszámolása során, alapvetően függ a variogram modelltől.
- A variogram modellek több mint 500 féle kombinációja lehetséges. Részletes variogram vizsgálat olyan betekintést enged az adatokba, amely más módon nem lenne lehetséges és lehetőséget ad a variogram hatótávolságának (range) és az anizotrópia értékének meghatározására.
- Egy próba-variogram kiszámítása az egyetlen biztos módszer annak meghatározására, hogy melyik variogram-modell használható a legjobban. Ehhez valamennyi értéknek valamennyi értékkel képzett szórását kell képezni. N azaz n minta esetén $(n*(n-1))/2$ mintapárt, ahol $Z(x_i)$ i pont attributív értéke és tőle adott h távolságban (képzetes rácstáv) lévő $Z(x_{i+h})$





- Tapasztalati tény, hogy a nem véletlenszerű mérési értékek egy bizonyos távolságon, az úgynevezett H hatástávolságon belül egymással korrelálnak. Ezért határozzuk meg az rendelkezésre álló adathalmazból a létrehozható összes pontpár esetére a hasonlóság mértékét leíró varianciáját, ami a mért értékkülönbségek négyzetösszegének a különbsége.
- A kapott varianciákat rendeljük hozzá a kiszemelt két pont távolságához.
- Így db

$$n = \frac{n_{adat} (n_{adat} + 1)}{2}$$





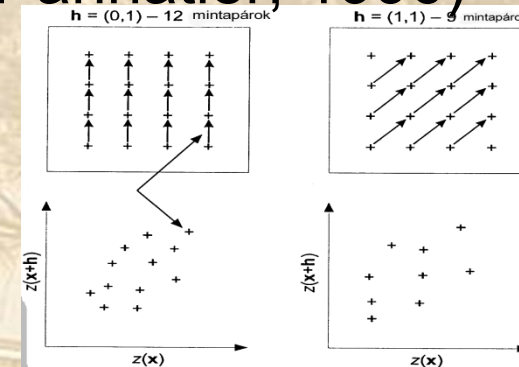
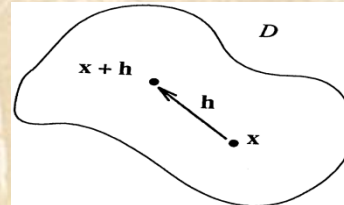
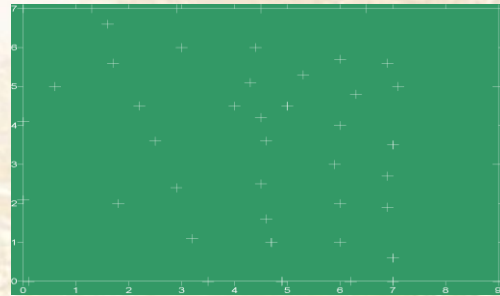
- távolsághoz rendelt variancia-értéket kapunk, ahol az adatok száma. Amennyiben a pontpárokat a köztes távolság szerint csoportokba soroljuk és a csoportokhoz hozzárendeljük az adekvát variancia-értékek átlagát egy tapasztalati variogramot kapunk.
- Erre a tapasztalati variogramra egy elméleti variogram-függvényt illesztünk. A súlyozott átlagszámítás súlyait pedig a variogramokból leolvasható, illetve számítható kovariancia értéke adja.
- A súlyozott átlagszámítás súlyait pedig a variogramokból leolvasható, illetve számítható kovariancia értéke adja.

$$COV[Z_{P_i}, Z_{P_{i+h}}] = C - \gamma(h)$$



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg

Mintavételi stratégia kialakítása (Pannatier, 1996)



A mintavételi pontok között h távolságra szabályos rácshálót alakítunk ki. Az értékpárok számának térbeli eloszlását befolyásolja, hogy függőleges vagy átlós irányban alakítottuk ki a minta párokat. Látható, hogy a térben elszórt (random) jellegű talaj mintavételi pontok között, h távolságra fejlesztettünk ki egy virtuális hálót. A mintavételi pontok a legtöbb esetben nem esnek egybe ennek a rácsháló sűrűségének (rácstávolság -lag értékek) megadása után az értékpárok képzésének irányát kell megadni. Általában ez mindenirányú (omnidirectional), azaz nincs egy speciális irányú természeti jelenség (anizotrópia), amely befolyásolná az egy-egy rácspont értékének kiszámításakor bevont mintaértékek számát és elhelyezkedését.

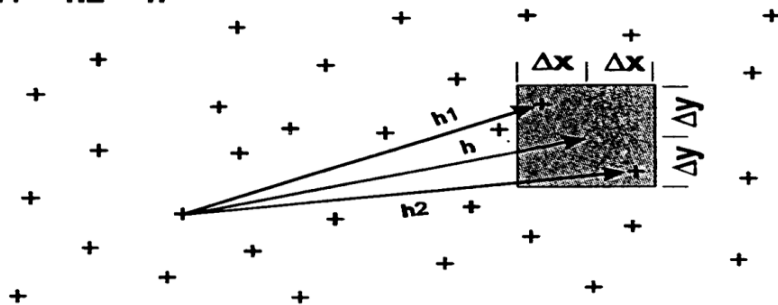


A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg



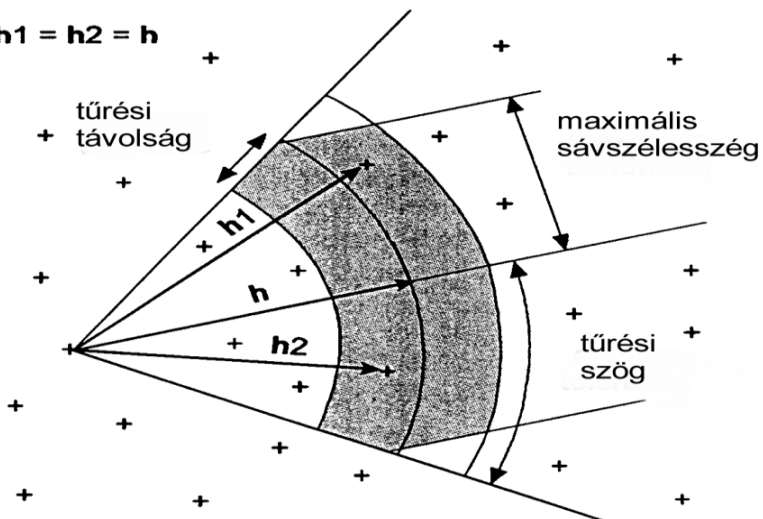
A kísérleti variogram kiszámításának lépései (Pannatier, 1996)

$h_1 = h_2 = h$

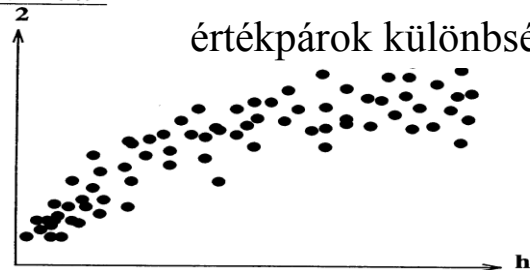


A távolsági vektor tűrés értéke

$h_1 = h_2 = h$

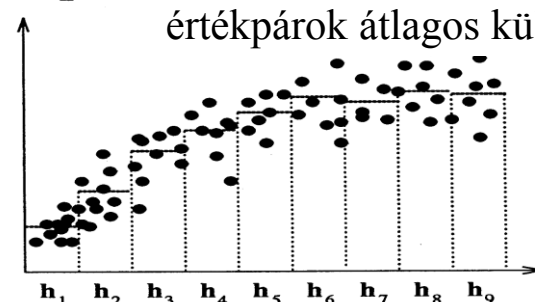


$$\frac{(z(x+h) - z(x))^2}{2}$$



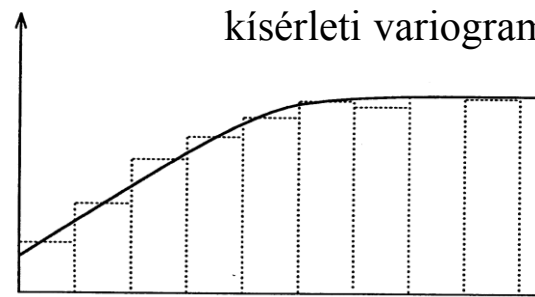
értékpárok különbségei

$\gamma(h_k)$



értékpárok átlagos különbségei

$\gamma(h)$



kísérleti variogram illesztése



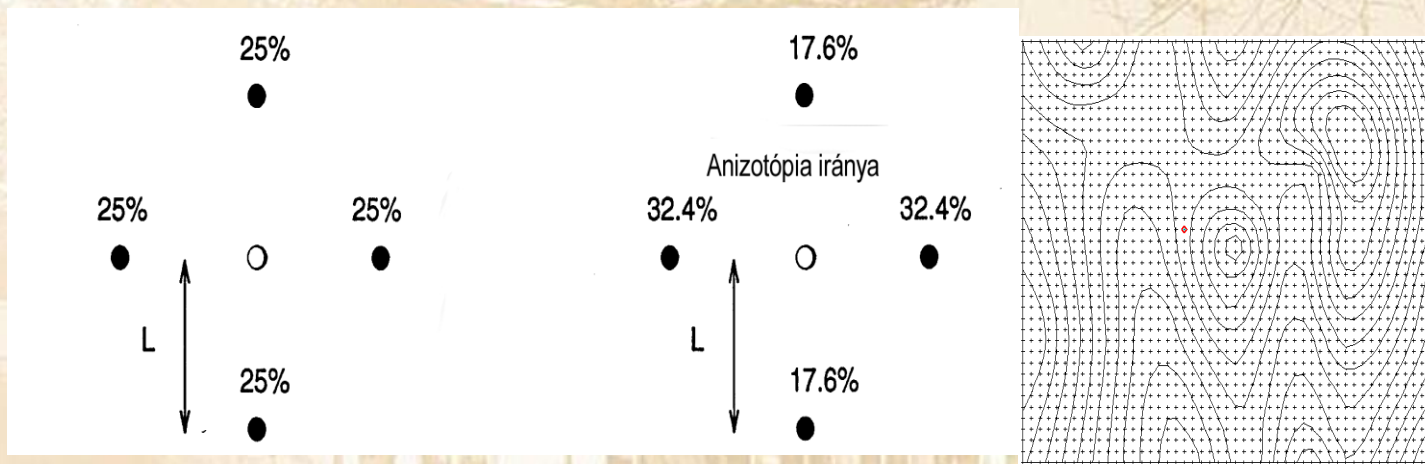
A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg



- A pontpárok félvariogram értékeire kísérleti variogramot esetenként a pontosabb illeszkedés érdekében, egymásba ágyazott (nested) variogram kombinációkat használunk. Általában a legkisebb négyzetes eltérési értékek alapján végzünk illesztést. Különösen fontos az y tengely körüli pontos illesztés.
- Amennyiben nem tudjuk az origóból indítani a függvényünket, a tengelymetszet értéke az ún. röghatás (nugget effect), melyet mérési vagy lokális hibaként értelmezhetünk, relatív értéke (röghatás/küszöbérték) a hagyományos statisztikában a relatív szórással C_v analóg.
- Ahol a variancia eléri a küszöb értéket, ezt a távolságot tekinthetjük hatástávolságnak, azaz vizsgálati pontunknak nincs térbeli kapcsolata ennél távolabb eső pontokkal.



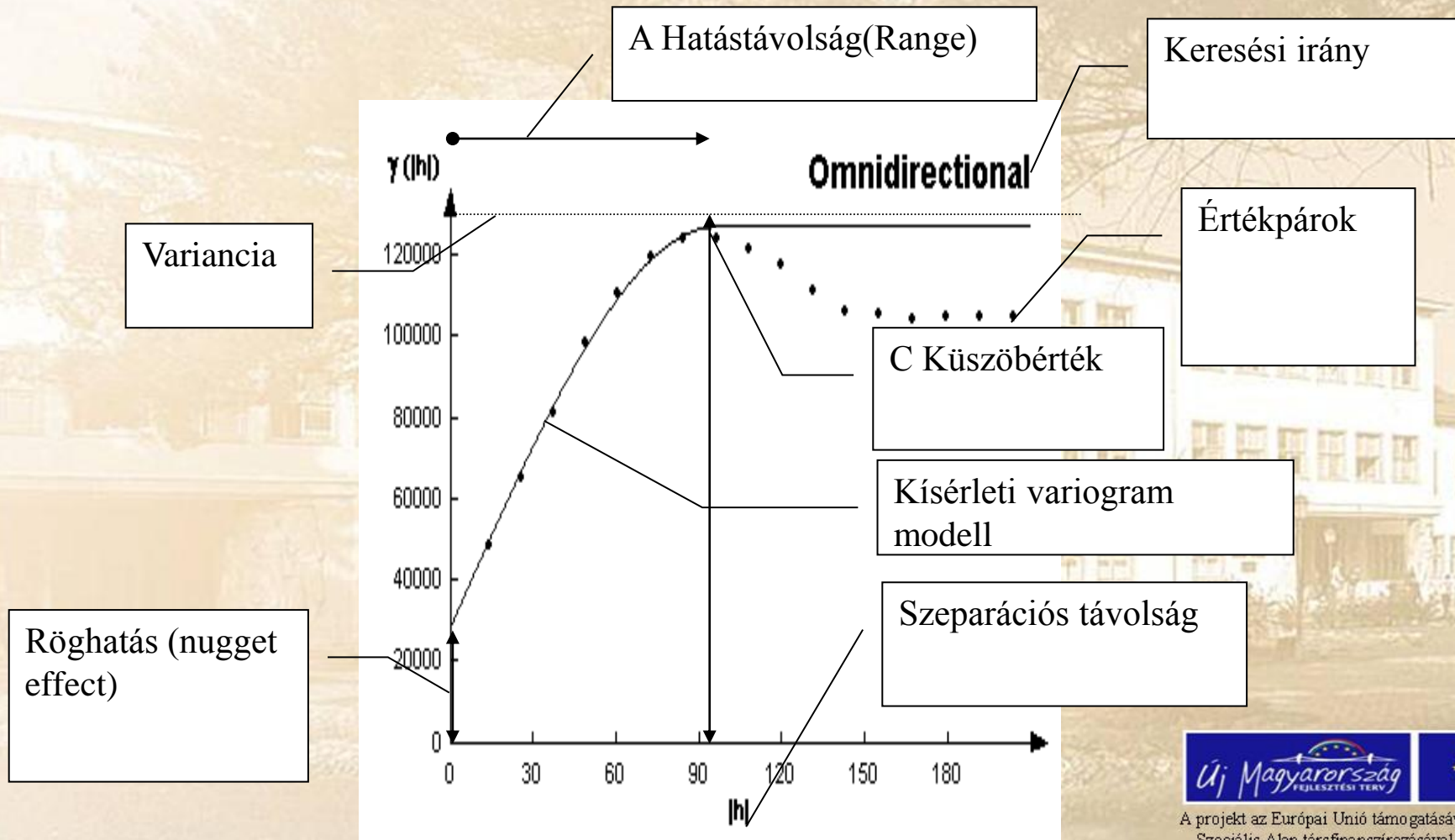
A képzetes rácstávolság és keresési irány megadása után először az értékpárok különbségeit képezzük, majd átlagoljuk a képzetes rácstávolságnyi intervallumokon belül. Az így képzett intervallum átlagokra illesztjük az általunk kiválasztott legjobban illeszkedő elméleti variogram függvényt. A variogram paraméterek alapján osztjuk szét a térbeli súlyokat és képezzük a vizsgálati területet lefedő rácshálót



A térbeli súlyok szétosztásának aránya izotróp és anizotróp mintavételi pontokra L rácstávolság esetén, valamint a vizsgálati területen kialakított rácsháló és izovonalak (Wackernagel, 1995)



Kísérleti félvariogram felépítése (Wackernagel, 1995)



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg



A variogram hatástávolságát az határozza meg, hogy a variogram-összetevők milyen gyorsan változnak a növekvő elválasztó távolsággal. Izotróp halmaz esetén a távolság, h , a következő egyenlőséggel számolható:

$$h = \frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{A}$$

ahol $[\Delta x \ \Delta y]$ a távolságvektor (a térkép-koordinátákkal) és A hatástávolság



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg



Anizotrópia esetén a relatív távolságok újraskálázását a variogram-egyenletben a következő mátrix-egyenlőséggel számoljuk ki:

$$h = \sqrt{\begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{A}\right)^2 & 0 \\ 0 & \left(\frac{\rho}{A}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}}$$

ahol

$\begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y \end{bmatrix}$ a távolságvektor (a térkép-koordinátákkal) és

A az összetevő hossz paramétere

θ az anizotrópia szöge

ρ az anizotrópia arányszáma

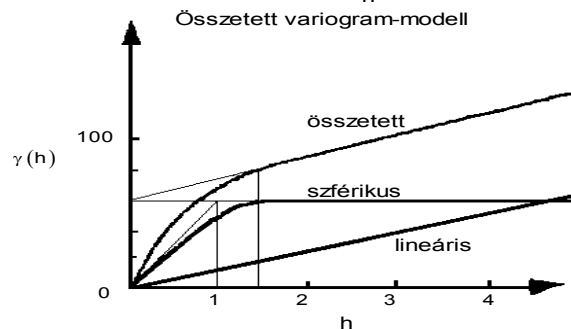
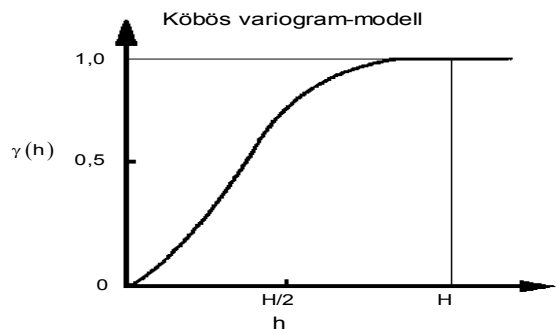
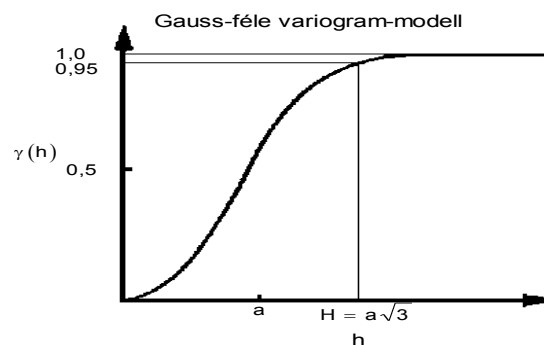
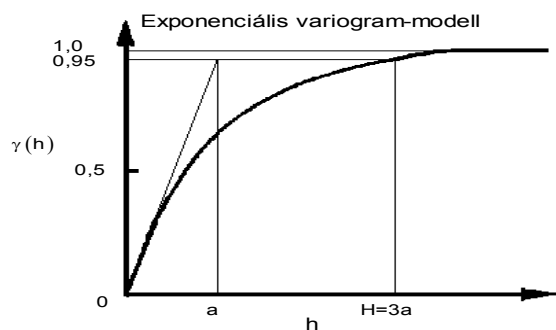
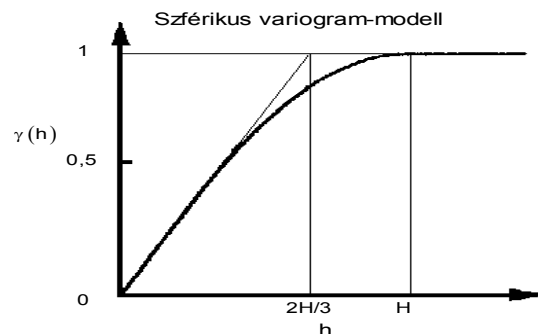
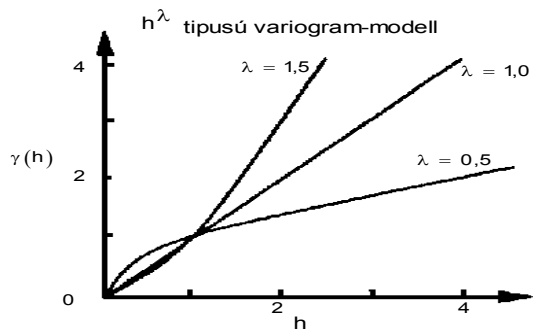


A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg



- A röghatás akkor használatos, ha az adatgyűjtés során hibalehetőségek vannak. Ha röghatás értéke (0 például lineáris variogram esetében) akkor az interpolátor egzakt módon viselkedik, értékének növekedésével a simító hatás jobban érvényesül. A röghatás két tényezőből tevődik össze:
 - $Röghatás = Hiba Szórás + Lokális Szórás$





A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg



<i>Variogram- modell típusa</i>	<i>Matematikai függvény</i>	<i>Feltétel</i>
Szférikus modell	$\gamma(h) = C \left(\frac{3h}{2H} - \frac{1h^3}{2H^3} \right)$ $\gamma(h) = C$	$0 \leq h \leq H$ $h > H$
Gauss-modell	$\gamma(h) = C \left[1 - e^{-\left(\frac{h}{a}\right)^2} \right]$	
Exponenciális modell	$\gamma(h) = C \left[1 - e^{-\frac{h}{a}} \right]$	
Köbös modell	$\gamma(h) = C \left[7\left(\frac{h}{H}\right)^2 - 8,75\left(\frac{h}{H}\right)^3 + 3,5\left(\frac{h}{H}\right)^5 - 0,75\left(\frac{h}{H}\right)^7 \right]$ $\gamma(h) = C$	$0 \leq h \leq H$ $h > H$
Összetett modell: Lineáris és szférikus modell Kombinációja	$\gamma(h) = K_1 h + C \left(\frac{3h}{2H_{szf\acute{e}rikus}} - \frac{1h^3}{2H_{szf\acute{e}rikus}^3} \right)$ $\gamma(h) = K_1 h + C$	$0 \leq h \leq H_{szf\acute{e}rikus}$ $h > H_{szf\acute{e}rikus}$



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg



- A rácsháló kialakítása során a teljes felületet vettük figyelembe, ugyanakkor sok esetben vannak olyan térrészek egy adott táblán belül, amelyekre a körülötte levő mintavételi pontok nem értelmezhetőek pl. egy vízfelszín, útfelület, valamilyen kezelésben nem részesült terület. Ezeket a térbeli "hibákat, szakadásokat" általában külön ki kell takarni (blankolni) a képzett rácsértékekből. Ez már legtöbbször utólag célszoftverek segítségével lehet elvégezni.
- A hibaszórás a mérési hibák szórásának meghatározását teszi lehetővé. Ez az érték az adatmérés megismételhetőségének számszerűsítése.
- A lokális szórás a mérési pontokhoz viszonyított, kis rácstávolság szórásának meghatározását teszi lehetővé.



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg



- A vizsgálati térben a mintavételi pontok térbeli elhelyezkedésének szintén meghatározó hatása lehet. Egyrészt az alkalmazható keresési irányra (teljes keresési irány - omnidirectional, vagy valamilyen keresési szektor megadásával) illetve az adatok egyenletesességére.
- Ennek a mozgásnak jelentős hatása akkor van, ha az interpoláció nagy, hiányosan mintázott területeken (lyukakon - drift) keresztül történik az adatmintában, és ha az adatok határain túl extrapolálunk.





- Ha kétségek merülnek fel, ne használjuk drift opciót. A Lineáris Drift és a Négyzetes Drift az univerzális krigelés kivitelezéséhez használató. Ezek használata az adatok által meghatározott folyamatok pontos ismeretére kell, hogy épüljön.
- Ha az adatok egy lineáris irány körül változnak, akkor a lineáris drift a legmegfelelőbb. Ha a négyzetes irány körül szóródnak (például egy parabolaív), akkor a négyzetes drift a legjobb választás.





Kokrigelés

- A kokrigelés során korrelációt tételezünk fel a becslendő paraméter és egy másik, általában jobban ismert statisztikai jellemzőkkel rendelkező paraméter között. A két adatsor felhasználásával azokon a területeken, ahol a becslendő paraméter interpolálásához szükséges információ hiányzik, keresztkorrelációs számítás alapján a második adatsor segítségével történhet a keresett paraméter becslése. A módszert Aboufirassi és Marino (1984) alkalmazta először a hidrogeológiában. A vizsgált kaliforniai területen a transzmisszibilitás értékét becsülték ko-krigelés módszerével a transzmisszibilitás és az azzal korreláló tárolási tényező adatok alapján.





- Elsősorban a területi kutatás kezdeti fázisában, amikor még kevés adat áll rendelkezésre, elfogadható közelítés a feltételekhez kötött szimuláció, mellyel a potenciális terjedési irányok, a legkedvezőtlenebb esetek meghatározhatók és ennek alapján a további munkához szükséges hipotézis felállítható.
- Az ismeretesség magasabb fokán, a kutatás későbbi fázisában, tehát megfelelő számú és eloszlású adat esetén alkalmazható a krigelés, amelynek simító hatását az eredmények kiértékelésénél figyelembe kell venni.
- Ha a simító hatás okozta hiba nem megengedhető, javasolható az ismert pontokban az értékeket nem megváltoztató más elveken alapuló interpolációs eljárások(Steiner, 1990) alkalmazása.





- A földtani képződményekhez kapcsolódó modell-számítások egyik sajátossága, hogy a transzport-egyenletben szereplő paraméterek meghatározási pontossága nagyságrendekkel kisebb, mint például a gépészeti alkalmazások hasonló paraméterei. További problémát jelent a közeg inhomogenitása a korábban említett nem földtani jellegű számításokkal szemben. A paraméterek pontatlanságaiból eredő hibák vizsgálatánál célszerű különválasztani a felszín alatti vizek mozgását, valamint a szennyezőanyag terjedését befolyásoló tényezők hatását.





ELŐADÁS ÖSSZEFOGLALÁSA

- A geostatisztikai módszerek alkalmazásának korlátait Pekdeger és Schafmeister-Spierling vizsgálta. Tapasztalataik (Pekdeger et al., 1989) szerint az alapvető statisztikai jellemzők: átlagérték, szórás, variancia a mintaszám csökkenésével jelentősen nem változik meg, ugyanakkor a variogramok jellemzői (maghatás, kovariancia) igen.
- Mivel az adatszám csökkenése a maghatás erős növekedéséhez és az anizotrópia csökkenéséhez vezetett, ezért az elméleti variogramok felhasználásával végzett krigelés során számottevő eltérések mutatkoztak, amely hibák a későbbi transzportszámítási eredményekbe átöröklődtek.
- A krigelési hiba (krigelés szórása) területi eloszlása az adatszám csökkenésével kevésbé egyenletes és egyre nagyobb, minek következtében a kisebb adathalmazból számított szivárgási tényező eloszlás fokozatosan elvesztette reprezentativitását.





ELŐADÁS Felhasznált forrásai

Szakirodalom:

Tamás J.: 2002. Talajremediáció. Debreceni Egyetem, Debrecen, 1-241.

Filep Gy., Kovács B., Lakatos J., Madarász T., Szabó I.: 2002. Szennyezett területek kármentesítése, Miskolci Egyetemi Kiadó, Miskolc, 1-483.

Egyéb források:

Anton A., Dura Gy., Gruiz K., Horváth A., Kádár I., Kiss E., Nagy G., Simon L., Szabó P.: 1999. Talajszennyeződés, talajtisztítás, Környezetgazdálkodási Intézet, Budapest, 1-219.



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg



Debrecen Egyetem
Mezőgazdaság- Élelmiszertudományi és
Környezetgazdálkodási Kar



Pannon Egyetem
Georgikon Kar



Köszönöm a figyelmet!



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg