

A logika és a számítástudomány alapjai mérnök informatikus hallgatóknak

1. előadás, a logika és a számítástudomány elhelyezése

Mihálydeák Tamás, Aszalós László

A tananyag elkészítését az EFOP-3.4.3-16-2016-00021 számú projekt támogatta. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

2019. november 4.

- 1 Általános információk
- 2 Logika és számítástudomány
- 3 Következtetés tudománya
- 4 A logika története

- Hivatalos sillabusz
 - ▶ <https://www.ik.unideb.hu/syllabi>
- Személyes honlap
 - ▶ <https://www.inf.unideb.hu/hu/aszalos.laszlo>
- elearning.unideb.hu
 - ▶ Az informatikai logikai alapjai (INBK401)
 - ▶ A logika és a számítástudomány alapjai (INBMM0106)

Számonkérés

Vizsga

- januárban-februában hetente
- elméleti kérdések: kiskaté alapján
- feladatmegoldás e-learning tesztek
 - ▶ korábbi képzés esetén csak logikai kérdések

Gyakorlat

- minden héten röpdolgozat korábbi anyagokból (elmélet+feladat)

Csak pontosan és szépen!

- A definíciók, tételek szövegét **pontosan** kell tudni, hogy a feladatokat meg tudja oldani:
 - ▶ „Az üres halmaz kielégíthető?”
- Már egy szó is sokat számít!
 - ▶ **A** fiú átment a vizsgán?
 - ▶ **Egy** fiú átment a vizsgán!

A logika helye és szerepe

- „A matematika a tudományok királynője.” (C. F. Gauss)
- A matematika a természettudományok szolgálólánya.
- A logika a tudományok szolgálólánya.
- „A logika az a ragasztó, mely minden területen összekapcsolja a következtetések módszereit.” (D. Gries és F.B. Schneider)
- Logika a Neptunban:
 - ▶ Az előadást csak akkor veheti fel, ha még nincs teljesítve a gyakorlat.
 - ▶ Vizsgára csak akkor jelentkezhet, ha a gyakorlatot teljesítette.

Logika szerepe (Miért kell ez nekem?)

Logika, mint formális nyelv

- induktív definíciók használata → rekurzív programok
- „Írjon programot aritmetikai kifejezés deriválására!”
 - ▶ H. Abelson, G.J. Sussman, J. Sussman: *Structure and Interpretation of Computer Programs*

Tudományos felépítés:

- definíció
- tétel
- bizonyítás

Megtanulni tanulni

- programozási nyelvek, technológiák életciklusa

Számítástudomány szerepe

Számítástudomány

- algoritmusok általános elmélete
 - ▶ számítások alapvető természetének megértése
 - ▶ hatékony algoritmusok tervezése
 - ▶ megbízható hardver és szoftverrendszerek tervezése, ellenőrzése
- automataelmélet, fordítóprogramok és adatbázisok elmélete

Számítógéptudomány

- számítógép tervezése és használata
 - ▶ algoritmusok és adatszerkezetek
 - ▶ programozási módszertan és nyelvek
 - ▶ számítógépes architektúrák
- kiszámíthatóságelmélet, bonyolultságelmélet, automataelmélet, absztrakt adatszerkezetek, formális szemantika (fordítóprogramok), logikai tervezés és optimalizálás, mesterséges intelligencia

Lambda kalkulus:

- logika új formalizálása (Church, 1932)
- a lambda kalkulussal bármely függvény leírható (1936)
- típusos lambda kalkulus (1940)
- LISP programozási nyelv (J. McCarthy, 1956-1960)
 - ▶ második magas szintű programozási nyelv
 - ▶ nem numerikus számítások

Programozási nyelvek születése:

- változó, konstans, függvény, típusok
- szintaxis, szemantika
- bizonyítás - program

Logikai kifejezések, logikai típus

- Az adott év szökőév,
 - ▶ ha az évszám osztható négyvel
 - ▶ de nem osztható százal
 - ▶ hacsak nem osztható négyszázzal.
- `i += 1 unless i > 10`

Logika az informatikában

Hardverprogramozás

- Adott logikai kifejezést megvalósító minimális eszközköltségű áramkör
- Adott logikai kifejezést megvalósító maximális sebességű áramkör

Mesterséges intelligencia:

- összetett feltételek implementálása
 - ▶ A mátrix minden sorában van olyan elem, mely a második legkisebb a saját oszlopában.

Adatbázisok, SQL parancsok

- Sorolja fel azon diákokat, akik felvették a dékánjuk valamely óráját!
- Adja meg az óraütközéseket az órarendben!

Bevezetés

A logika feladata

- A **helyes** következtetés törvényszerűségeinek a feltárása
- Az információközlésben kulcsszerepet játszó kifejezések jelentésének a megadása

A helyes következtetés

- Következtetés: viszony (a premisszák és a konklúzió között)
- Helyes következtetés: a premisszák igazsága maga után vonja a konklúzió igazságát
 - ▶ a premisszák valamely tulajdonsága öröklődik a konklúzióra
- Logikailag helyes következtetés: ha az örökítés szükségszerű
 - ▶ csak az állítások szerkezete, nem pedig a jelentése fontos
 - ▶ formális/szimbolikus logika

Russell és a pápa

- Úgy érti, hogy abból az állításból, hogy $2+2=5$ következik, hogy ön a pápa?
- Hogyne,
 - ▶ Tegyük fel, hogy $2+2=5$!
 - ▶ Kettőt elvéve mindkét oldalból: $2=3$
 - ▶ Megcserélve a két oldalt $3=2$.
 - ▶ Egyet kivonva mindkét oldalból $2=1$.
- Nos, én és a pápa az kettő. Mivel kettő egyenlő eggyel, a pápa és én az egy. Tehát én vagyok a pápa.

Egymást igazoló állítások

- Tudtad, hogy a rabbink estenként az Istennel kártyáznak?
- Honnan veszed?
- Ő mondta.
- Nem gondolod, hogy hazudik?
- Azt hiszed, hogy Isten kártyázna egy hazug emberrel?

Boszorkányper (Gyalog galopp)

- Lovag: Csendet! ... — Aztán tudjátok-e, hogy több módja is van annak, hogy megtudjuk, boszorkány-e?
- Tömeg: Több is? Mondd el, halljuk, halljuk! Mondd el nekünk is, mi az?
- Lovag: Mondjátok meg: mit csinálnak egy boszorkánnyal?
- Tömeg: Elégetik... megégetik!
- Lovag: És mi egyebet szoktak még elégetni?
- Tömeg: Több boszorkányt! - Fát!
- Lovag: Helyes. Miért égnek a boszorkányok?
- Bőrsapkás a tömegeből: Azért, mert fából vannak!
- Lovag: Úgy van! És hogyan győződhetünk meg róla, hogy ő fából van-e?
- A kaszás a tömegeből: Ha hidat építünk belőle!

Boszorkányper - folytatás

- Lovag: Nono fiam, kőből tán nem lehet hidat építeni?
- A kaszás a tömegből: Ööö... de igen...
- Lovag: Elmerül-e a fa a vízben?
- Tömeg: Nem, lebeg rajta... — Dobjuk a mocsárba! A mocsárba! Fogjátok meg!
- Lovag: Csendet! És mondjátok meg nekem, mi lebeg még a vízen?
- Tömeg: A kenyér! - ...alma is! — Pici szikla! — Hulla! — Hasas bankó...
- Lovag: Na, na nem.. nem..
- Tömeg: Olaj! — A szöcske, a szöcske!
- Lovag: Nem, nem, nem!
- Arthur: A kacsá!
- Lovag: Ööö ... ez az! — Vonjuk le a logikus következtetést! No?

Boszorkányper - folytatás

- A kaszás a tömegből: Ha ő... ugyanannyit nyom, mint egy kacska ...
- Lovag: Na?
- A kaszás a tömegből: ...akkor fából van...
- Lovag: Következésképpen?
- Tömeg: Boszorkány! Boszorkány! Mérjük meg!
- Lovag: A legszebb vásár- és ünnepnapi mérlegemen!

Boszorkányper - érvelés

Érvelés

- Ha valami ég, akkor boszorkány.
- Ha valami ég, akkor fából van.
- Ha valamiből lehet hidat építeni, akkor fából van. (kő)
- Ha valami nem merül el a vízben, akkor fából van. (hulla, szöcske, kacs)

Helyes következtetés?

- 1 Ha valami ugyanannyit nyom mint egy kacs, akkor fából van.
- 2 Ha valami fából van, akkor boszorkány.
- 3 Ha valami ugyanannyit nyom mint egy kacs, akkor boszorkány.

Következtetések

Megfigyelések

- Ma kedd van.
- Xéna keddenként miniszoknyában jár az órákra.
- Xéna ma miniszoknyában van.

Következtetések (!?)

- Következik-e 1 és 2-ből 3? **dedukció**
- Következik-e 2 és 3-ből 1? *abdukció*
- Következik-e 1 és 3-ből 2? *indukció*

Geometriai bizonyítás - Püthagorász i.e. VI. század

elemi geometria mint deduktív tudomány

- bizonyos állításokat bizonyítás nélkül igaznak tekint
- az összes állítást az előző állításokból kell levezetni
- a levezetés formális legyen, a geometria speciális tárgyától független

Dialektika (vitatkozás művészete)

Zénón paradoxona: nincs mozgás (lehetetlenre visszavezetés)

$\sqrt{2}$ irracionális

Bizonyítás: Ha $\sqrt{2}$ racionális lenne, mondjunk m/n , ahol m és n relatív prímekek, akkor teljesülne, hogy $m^2 = 2n^2$. m^2 páros, így m is az. n páratlan, mert különben nem lennének relatív prímekek. Hipotézisünk ellentmondáshoz vezet, így az hamis.

Megaraiak - Szofizma (álérvelés)

- Ez toll; ez az övé; tehát ez az ő tolla.
- Ez a kutya apa; ez a kutya az övé; tehát ez a kutya az ő apja.

A logika kezdetei

Arisztotelész(Kr.e. 384-322)

A bizonyító érvelés:

az érvelések során le lehet (és le kell) választani a premisszák igazságát és a következtetés helyességét. A bizonyító érvelések megítélésénél az utóbbi vizsgálata történik meg.

Az ellentmondás elve:

„A legbiztosabb alapelv . . . ez: lehetetlen, hogy egy és ugyanaz a valami ugyanakkor, ugyanabban a tekintetben vonatkozzék is valamire, meg nem is.” (1005b 19-23)

A kizárt harmadik elve:

„Az ellentmondás két tagja között nem állhat fenn semmi közbeeső, hanem mindenről mindent vagy állítani vagy tagadni kell.” (1011b 23-24)

Szillogizmus

Ha minden ami K, az F, és minden ami A, az K, akkor minden ami A az F.

- Minden élőlény halandó.
- Minden ember élőlény.
- Minden ember halandó.

Lewis Carrol rejtvény

- Ebben a házban nem él más állat, csak macska.
- Minden állat alkalmas kedvencnek, amelyik szereti a holdat bámulni.
- Ha egy állatot utálok, akkor elkerülöm.
- Minden húsevő éjjel jár zsákmány után.
- Nincs olyan macska, amelyik nem fog egeret.
- Csak olyan állat vonzódik hozzám, amely e házban él.
- A kenguruk nem alkalmasak kedvencnek.
- Csak húsevő állatok fognak egeret.
- Utálok azokat az állatokat, amelyek nem vonzódnak hozzám.
- Azok az állatok, amelyek éjjel járnak zsákmány után, szeretik a holdat bámulni.

Tehát: Mindig elkerülöm a kengurukat.

G. W. Leibnitz (1646-1716)

- differenciál és integrálszámítás
- matematikai jelölések
- kettes számrendszer
- **formalizált nyelv** - egyértelműség
 - ▶ helyes következtetések szabályai
 - ▶ logikai kalkulus alapjai

G. Boole (1815-1864) - logika formalizálása

kalkulus

- A és B halmazok,
- $A=B$ jelzi, hogy a két halmaz megegyezik
- AB a két halmaz metszete
- $A+B$ a két halmaz uniója
- univerzum: 1
- üres halmaz: 0

Példa

- Minden A egyben B is: $A(1-B)=0$

Boole - Axiómák

- $AB=BA$
- $A+B=B+A$
- $A(B+C)=AB+AC$
- $A(B-C)=AB-AC$
- ha $A=B$, akkor $AC=BC$
- ha $A=B$, akkor $A+C=B+C$
- ha $A=B$, akkor $A-C=B-C$
- $A(1-A)=0$

Szillogizmus - Boole formalizmussal

- Minden élőlény halandó.
- Minden ember élőlény.
- Minden ember halandó.
- $H(1-A)=0$
- $A(1-M)=0$
- $H-HA+A-AM=0$ (előző egyenletek redukálásával)
- $(H-H1+1-1M)A+(H-H0+0-0M)(1-A)=0$ (A-ra való kifejtés)
- $(1-M)A+H(1-A)=0$ (egyszerűsítés)
- $(1-M)H$ (elimináció)

Boole-algebra

- Venn-diagram (1881) modell
- Boole módszer gépesítése
 - ▶ Jevons (1869) mechanikus
 - ▶ Marquand (1885) elektromos
- Pierce (1880) összes művelet egy művelettel kifejezhető
 - ▶ NAND kapu

G. Frege

- formalizált logika matematizálása
- logika elkülönítése a nyelvtől
 - ▶ kijelentő mondat: *Il pleut. It's raining. Esik.* **nyelvi alak**
 - ▶ állítás: **információ**
- Fogalomírás (1879)
 - ▶ elsőrendű predikátumlogika
 - ▶ új jelölésrendszer

B. Russell

- *Principia Mathematica* A. N. Whitehead, B. Russell (1910-1913)
- az összes matematikai igazságot axiómákból és szimbólikus logika következtetési szabályaiból származtassuk
- paradoxon

A városban a borbélynak pont azokat az embereket kell megborotválnia, akik maguk nem borotválkoznak.

Ki borotválja a borbélyt?

Kalkulusok

- Szillogizmus
- Frege rendszere
- *Hilbert rendszere*
- G. Gentzen: természetes levezetés
- G. Gentzen: **szekvent kalkulus**
- https://en.wikipedia.org/wiki/Proof_theory

Modern logikai irányzatok

K. Gödel (1906-1978)

- nemteljességi tétel (1931)
- ami igaz, az mind bebizonyítható?

J. A. Robinson (1928-)

- rezolúció (1965)
- automatikus tételbizonyítás

Modális logika

- Arisztotelész,
- C.I. Lewis (1910),
- S. Kripke (1959)