

A logika és a számítástudomány alapjai mérnök informatikus hallgatóknak

12. előadás, véges automaták és reguláris nyelvek

Mihálydeák Tamás, Aszalós László

A tananyag elkészítését az EFOP-3.4.3-16-2016-00021 számú projekt támogatta. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

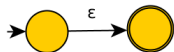
2019. november 4.

- 1 Reguláris nyelvhez automata
- 2 Automatából reguláris kifejezés

Reguláris kifejezés átalakítása automatává

Az induktív definíciót követve megkonstruálunk egy nondeterminisztikus automatát. Induktív feltevés: R_1 és R_2 már rendelkezik egy A_1 és A_2 elfogadó automatával

$R = a$, ahol $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$



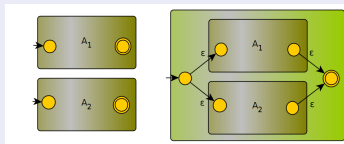
$R = \emptyset$

Itt nincs végállapot, azaz nem fogad el semmit!

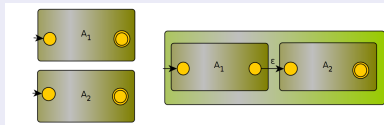


Reguláris kifejezés átalakítása automatává

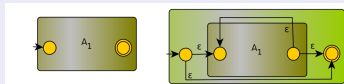
$$R = R_1 \cup R_2$$



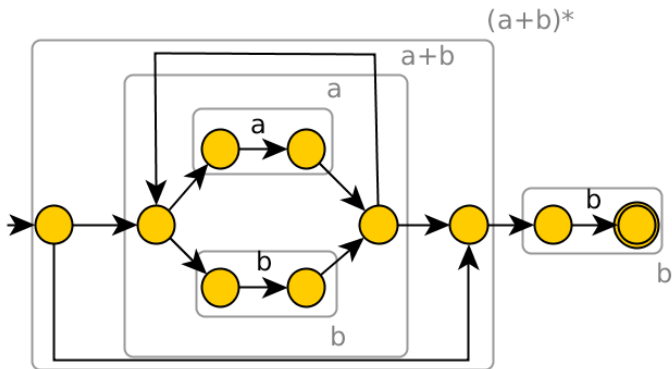
$$R = R_1 \circ R_2$$



$$R = R_1^*$$



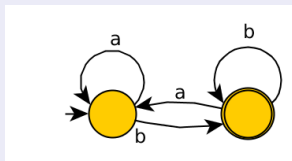
Példa $(a + b)^*b$



Példa $(a + b)^*b$

Megjegyzés

Thompson algoritmusára ezen lépést követően elkészítette nemdeterminisztikus véges automata determinisztikus változatát, majd azt minimalizálta. Az előbbi automatára ezeket végrehajtva a következő automatát kapjuk:



Az algoritmus implementációja elérhető a lex/flex lexikai elemző generátorokban.

Automatából reguláris kifejezés

Tétel

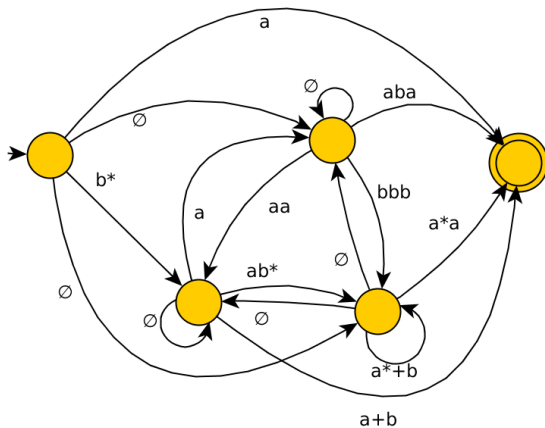
Az A determinisztikus véges automatához megkonstruálható egy R reguláris kifejezés, hogy $L_A = L_R$.

Megjegyzés

Az előbbi állítás egyszerű bizonyításához az automata fogalmát tovább általánosítjuk.

- Az általánosított nemdeterminisztikus véges automata átmenetfüggvényében egy-egy betű helyett tetszőleges reguláris kifejezés is szerepelhet.
- A kezdőállapotból minden állapotba vezet ki él, de bejövő élei ennek az állapotnak nincsenek.
- Egyetlen végállapot van, ebbe minden egyéb állapotból vezet be él, de a végállapotnak nincs kimenő éle.
(A kezdőállapot és a végállapot két különböző állapot)
- A kezdőállapotot és a végállapot kivéve minden csúcsból minden csúcsba vezet él, sőt saját magába mutató hurkok is vannak.

Példa: általánosított nemdeterminisztikus véges automata



Általánosított nemdeterminisztikus véges automata véges automatából

Konstrukció

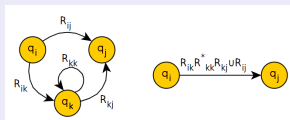
- 1 Adjunk meg egy új kezdőállapot, és ε átmenettel kössük össze a régi kezdőállapottal!
- 2 Adjunk meg egy új végállapot, és az összes végállapotból kössük össze ε átmenettel!
- 3 Ha párhuzamos élek vannak két csúcs között, helyettesítsük eggyel, és ennek címkéje legyen a korábbi címkék uniója!
- 4 Azon csúcsok között, ahol nem volt még él, adjunk meg egy \emptyset címkéjű élet! (a címke miatt ez használhatatlan él lesz)

Reguláris kifejezés általánosított nemdeterminisztikus véges automatából

Konstrukció

Tegyük fel, hogy az általánosított nemdeterminisztikus véges automatának k állapota van!

- Ha $k = 2$, akkor az automata egyetlen címkéje tartalmazza a keresett reguláris kifejezést.
- Ha $k > 2$, akkor $k - 1$ állapotú általánosított nemdeterminisztikus véges automatát konstruálunk.
 - ▶ Jelölje R_{ij} a q_i és q_j közti él címkéjét (reguláris kifejezés)!
 - ▶ Válasszuk ki a törlendő állapotot, jelölje ezt q_k !
 - ▶ Minden ettől különböző i és j állapotpár esetén a korábbi R_{ij} -t cseréljük le a $R_{ik} \circ R_{kk}^* \circ R_{kj} \cup R_{ij}$ reguláris kifejezésre!



Tétel

A véges automaták által felismert nyelvek regulárisak.