

Természetben előforduló exponenciális folyamatok

Tartalom

1	Bevezetés.....	2
2	Exponenciális és logaritmusfüggvények [1].....	2
3	A kémiai reakciók sebessége [1].....	3
3.1	A reakciósebesség koncentrációfüggése	5
3.1.1	Elsőrendű reakciók	6
3.1.1.1	A radioaktív bomlás törvénye [2].....	8
3.1.1.1.1	Radioaktivitás	10
4	A sugárzás intenzitásának gyengülése közegen való áthaladáskor [2].....	10
4.1	A röntgensugárzás abszorpciója [2]	11
5	Összefoglalás.....	12
6	Mintafeladatok megoldásokkal	14
7	Gyakorló feladatok.....	16

Felhasznált és ajánlott irodalom:

[1] **Benkő Zoltán, Kőmívesné Tamás, Ibolya és Stankovics Éva:** *Kémiai alapok.* Typotex, 2011. ISBN 978 963 279 479 2

[2] **Damjanovich Sándor, Fidy Judit és Szöllősi János.** *Orvosi biofizika.* hely nélk.: Medicina, 2007. ISBN 978 963 22 6127 0.

Szerkesztette: Dr. Tóth Ágnes

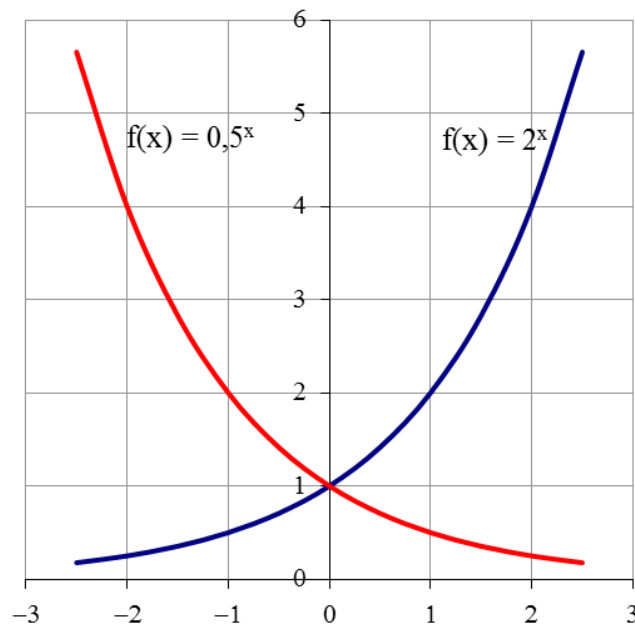
1 Bevezetés

A természetben számos olyan folyamat létezik, amely csökkenő exponenciális függvénnyel és matematikailag hasonló analógiával írható le. Ilyen például az elsőrendű reakciók közé sorolható radioaktív bomlás, a radioaktivitás időbeli változása vagy a sugárzás intenzitásának gyengülése (különös tekintettel a gamma- és röntgensugárzásra) közegen való áthaladás során. Mielőtt részletesen megvizsgálánánk ezeket a jelenségeket, lássunk egy rövid matematikai bevezetőt.

2 Exponenciális és logaritmussfüggvények [1]

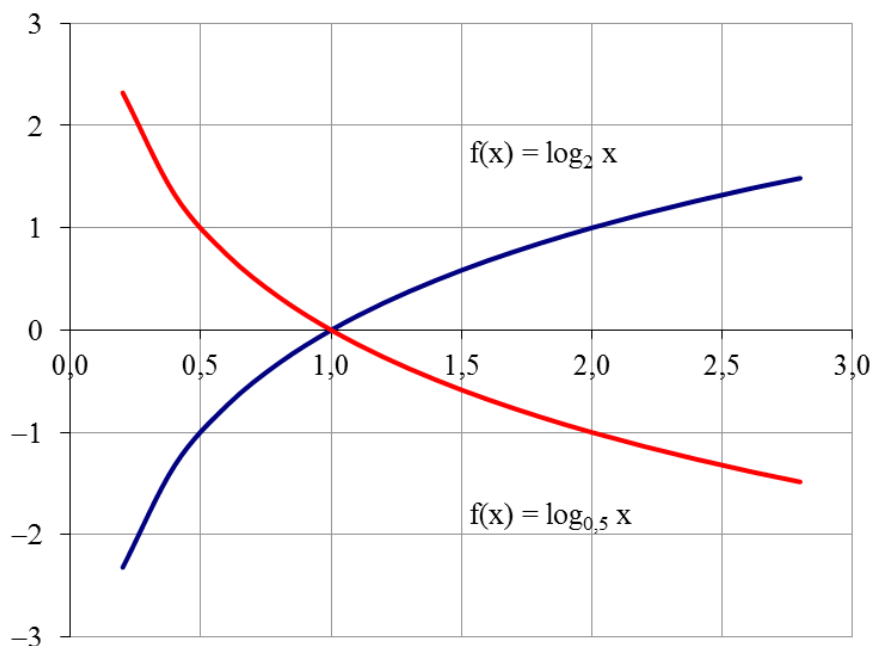
Az **exponenciális függvény** alakja: $f(x) = a^x$, ahol „a” egy pozitív szám. A függvény minden valós x esetén értelmezve van.

Amennyiben $a > 1$, a függvény monoton növekvő, ha $0 < a < 1$, akkor monoton csökkenő. Az exponenciális függvény mindig a $(0 ; 1)$ pontban metszi az y tengelyt. Egy-egy példa az exponenciális függvényekre (1. ábra):



1.ábra: Exponenciális függvények

A **logaritmussfüggvényt** a következőképpen definiálhatjuk: $f(x) = \log_a x$, ahol „a” egy pozitív szám. A függvény csak pozitív x értékekre van definiálva. Amennyiben $a > 1$, a függvény monoton növekvő, ha $0 < a < 1$, a függvény csökkenő. A logaritmussfüggvény az x tengelyt mindig az $(1 ; 0)$ pontban metszi (2. ábra).



2. ábra: Logaritmusfüggvények

3 A kémiai reakciók sebessége [1]

A reakciósebesség azt fejezi ki, hogy időegység alatt egységnyi térfogatban mekkora anyagmennyiségű részecske alakul át.

Az alábbi reakcióra (1. egyenlet) nézve a reakciósebesség (2. egyenlet):



$$v = -\frac{1}{a} \frac{\Delta n_A}{V \cdot \Delta t} = -\frac{1}{b} \frac{\Delta n_B}{V \cdot \Delta t} = \frac{1}{c} \frac{\Delta n_C}{V \cdot \Delta t} \quad \text{2. egyenlet}$$

illetve koncentrációkkal kifejezve (3. egyenlet):

$$v = -\frac{1}{a} \frac{\Delta c_A}{\Delta t} = -\frac{1}{b} \frac{\Delta c_B}{\Delta t} = \frac{1}{c} \frac{\Delta c_C}{\Delta t} \quad \text{3. egyenlet}$$

ahol V a térfogatot, t az időt jelöli, n_A , n_B , n_C stb. az adott részecskék anyagmennyiségeit, a , b , c stb. a rendezett sztöchiometriai egyenlet szerinti sztöchiometriai együtthatókat jelölik, c_A , c_B , c_C stb. az adott részecskék koncentrációja. A Δt időkülönbség rendszerint egy igen rövid időtartamot jelöl (a reakciósebesség egy végtelenül rövid időtartam alatti koncentrációváltozás).

Természetesen egy egyenletben a különböző sztöchiometriai együtthatójú anyagok anyagmennyisége (koncentrációja) a sztöchiometriai együtthatóik arányában változik: a reakciósebesség független a sztöchiometriai együtthatóktól, belőle az egyes reagáló anyagok vagy termékek koncentrációváltozásának sebessége a sztöchiometriai együtthatóval történő

szorzással megkapható (4-6. egyenlet):

$$\frac{\Delta c_A}{\Delta t} = -a \cdot v \quad \text{4. egyenlet}$$

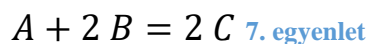
$$\frac{\Delta c_B}{\Delta t} = -b \cdot v \quad \text{5. egyenlet}$$

$$\frac{\Delta c_C}{\Delta t} = c \cdot v \quad \text{6. egyenlet}$$

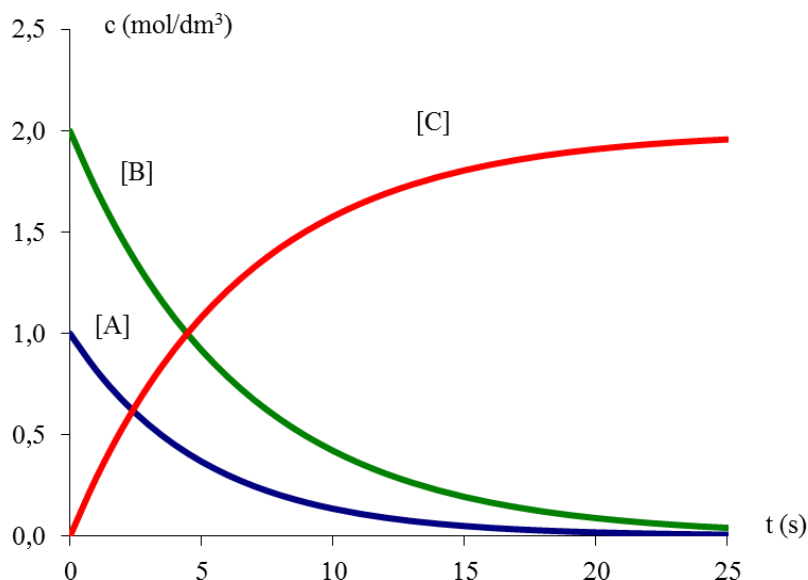
Mint látható az egyenletekből, a kiindulási anyag koncentrációja a reakció előrehaladtával csökken, míg a termékeké növekszik (a reakciósebesség pozitív). Ha a rendezett reakcióban az A kiindulási anyag sztöchiometriai együtthatója kétszerese a B kiindulási anyagénak, akkor az A anyag koncentrációváltozásának (átalakulásának) sebessége a B anyagénak a kétszerese. Ez következménye annak a ténynek, hogy a reakcióegyenlet szigorú mennyiségi, sztöchiometriai arányokat szab meg.

Nézzünk egy példát!

Egy A anyag és B anyag reakciójában keletkezik a C anyag az alábbi reakcióegyenlet alapján (7. egyenlet):



A következő ábra az egyes reaktánsok koncentrációját mutatja az idő függvényében (3. ábra). A B anyag kiindulási koncentrációja kétszerese az A anyagénak: $[B]_0 = 2 \cdot [A]_0$

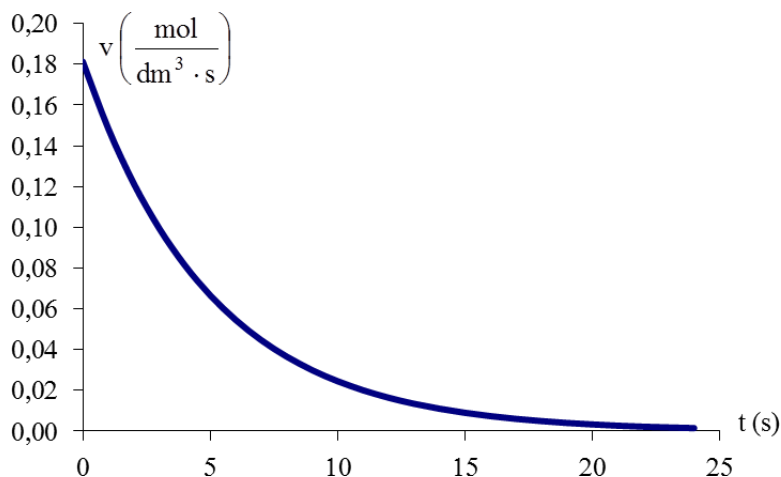


3. ábra: Az egyes anyagok koncentrációja az idő függvényében

Mint látható, a kiindulási anyagok koncentrációja az időben csökken és 0-hoz

közeledik. Ezzel ellentétben a termék (C) koncentrációja növekszik, és közelíti a teljes átalakulást jelentő 2 mol/dm^3 -es koncentrációt.

A reakciósebesség kiszámítható az egységnyi idő alatti koncentrációváltozásból. A reakciósebességet az idő függvényében ábrázolva a következő ábrát kapjuk (4. ábra)



4. ábra A reakciósebesség az idő függvényében

Megfigyelhető, hogy a reakciósebesség nem állandó az idő függvényében, hanem a reakció előrehaladtával csökken. A reakciósebesség a $t = 0$ időpontban a legnagyobb, majd meredeken csökkenni kezd. Fontos azonban megjegyezni, hogy a reakciósebesség nem minden esetben csökken az idő előrehaladtával, bizonyos esetekben állandó lehet, sőt ismerünk olyan reakciókat is, melyek esetén a reakciósebesség időben növekszik.

A reakciósebesség általában függ:

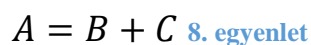
- a kiindulási anyagok minőségétől és mennyiségétől (koncentrációjától),
- a hőmérséklettől,
- a katalizátortól
- (bizonyos esetekben) a nyomástól,
- egyéb folyamatoktól (például heterogén fázisú reakcióknál a fázishatáron történő transzport sebességétől).

[Ezek közül a reakciósebesség koncentrációfüggésével foglalkozunk részletesebben.]

3.1 A reakciósebesség koncentrációfüggése

A kémiai reakciók rendszerint a részecskék ütközése során mennek végbe. Minél gyakrabban találkoznak a molekulák egymással, annál nagyobb a reakció sebessége. Az ütközés gyakorisága függ az anyagok koncentrációjától: minél nagyobb a reaktánsok

koncentrációja, rendszerint annál nagyobb az ütközések száma. Tehát a reakciósebesség az esetek többségében függ a reaktánsok koncentrációjától. Az A anyag az alábbi reakcióegyenlet alapján bomlik (8. egyenlet):



A bomlás reakciósebességét az alábbi **sebességi egyenlet**tel jellemezhetjük (9. egyenlet):

$$v = -\frac{\Delta c_A}{\Delta t} = k \cdot c_A^n \quad \text{9. egyenlet}$$

Az n számot a **reakció rendjének**, a k állandót pedig **reakciósebességi állandónak** nevezzük (mértékegysége függ a reakció rendjétől).

A rendűség jellemző a reakcióra adott kísérleti körülmények között. A leggyakoribbak a nullad- ($n = 0$), első- ($n = 1$) és másodrendű ($n = 2$) reakciók, a harmad- és magasabb rendű reakciók igen ritkák, és ezért nem foglalkozunk velük. A bomlásokkal kapcsolatban még egy fogalmat kell tisztáznunk: a felezési időt.

Felezési idő: azon idő, mely alatt a kiindulási anyag koncentrációja az kiindulási ($t = 0$) érték felére csökken. Jele: $T_{1/2}$. A felezési idő függ a reakció rendjétől.

Foglaljuk össze táblázatos formában a rendűséggel kapcsolatos képleteket (1. táblázat)!

	Nulladrendű	Elsőrendű	Másodrendű
Reakciósebesség	$v = k$	$v = k \cdot [A]$	$v = k \cdot [A]^2$
Koncentráció	$[A] = [A]_0 - k \cdot t$	$[A] = [A]_0 \cdot e^{-k \cdot t}$	$[A] = \frac{[A]_0}{1 + k \cdot t \cdot [A]_0}$
Függvény alakja	lineáris	exponenciális	hiperbola
Felezési idő	$T_{1/2} = \frac{[A]_0}{2 \cdot k}$	$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{0,683}{k}$	$T_{1/2} = \frac{1}{k \cdot [A]_0}$

1. táblázat: Nullad-, első-, és másodrendű reakciók jellemzői

Az elsőrendű reakciókat vizsgáljuk meg alaposabban, a legegyszerűbb fenti reakciót, az A anyag bomlását alapul véve.

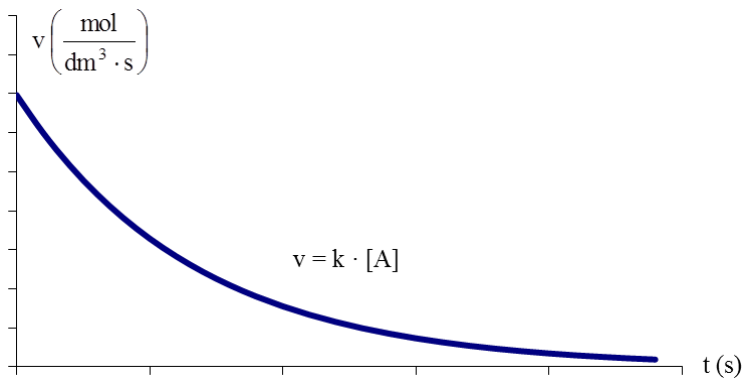
3.1.1 Elsőrendű reakciók

A reakciósebesség az A anyag koncentrációjának első hatványától függ (10. egyenlet):

$$v = -\frac{\Delta c_A}{\Delta t} = k \cdot c_A^1 = k \cdot c_A \quad \text{10. egyenlet}$$

A reakciósebességi állandó mértékegysége 1/s (az időegység reciproka).

Az elsőrendű reakció esetén a reakciósebesség időben csökken, méghozzá exponenciális függvény szerint (5. ábra):

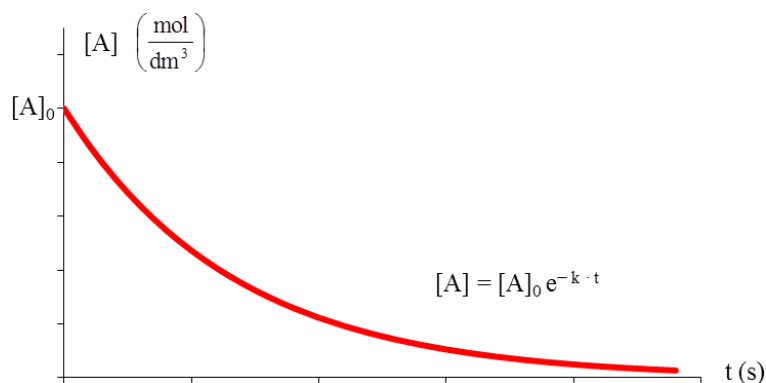


5. ábra: Elsőrendű reakció sebessége az idő függvényében

A kiindulási anyag mennyisége is exponenciálisan csökken az alábbi függvény szerint:

$$[A] = [A]_0 \cdot e^{-k \cdot t}$$

Az e szám az úgynevezett Euler-féle szám, értéke 2,718. Az e szám igen gyakori a természettudományokban, sokféle jelenség leírása során találkozhatunk vele. Az e alapú logaritmust természetes logaritmusnak nevezzük, jele \ln (*logarithmus naturalis*).



6. ábra Az A anyag koncentrációja az idő függvényében elsőrendű reakció esetén

A felezési idő a következő egyenletből számítható (11. egyenlet):

$$[A] = \frac{[A]_0}{2} = [A]_0 \cdot e^{-k \cdot T_{1/2}} \quad \text{11. egyenlet}$$

Ebből a következő kifejezést kapjuk (12. egyenlet):

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{0,693}{k} \quad \text{12. egyenlet}$$

Érdeemes megfigyelni, hogy elsőrendű reakció esetén a felezési idő független a koncentrációtól, így a reakció végbemenete alatt állandó.

3.1.1.1 A radioaktív bomlás törvénye [2]

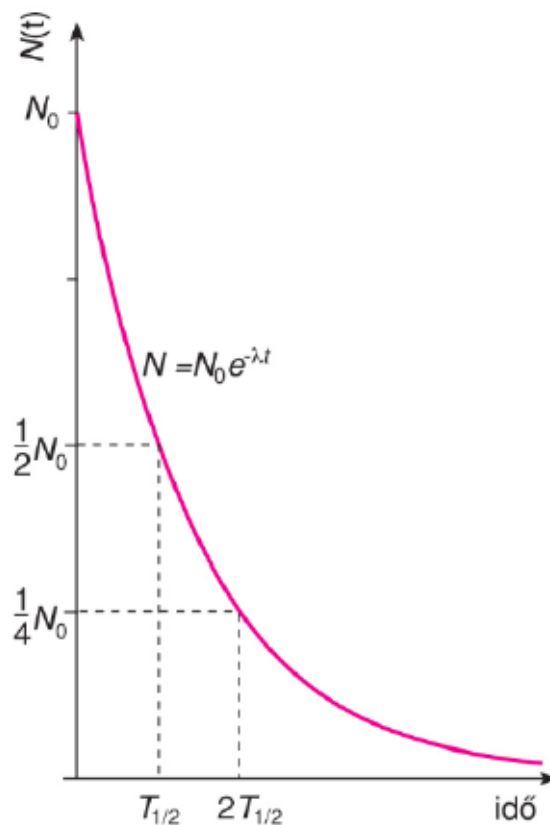
Az instabil atommagok radioaktív bomlás során energiát bocsátanak ki, és egy másik elem atomjaivá alakulnak át. A folyamat során felszabaduló energiát radioaktív sugárzásnak nevezzük. [Típusai α -, β - és γ -sugárzás.] A kísérleti tapasztalatok azt mutatják, hogy egy homogén radioaktív preparátum sugárzásának intenzitása időben általában exponenciálisan csökken. Ha N elbomlatlan atommagot tartalmaz egy rendszer, akkor a megfigyelések szerint az időegység alatt elbomló atomok száma arányos N -nel (13. egyenlet):

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N. \quad \text{33. egyenlet}$$

A negatív előjel arra utal, hogy az egyenlet bal oldalán álló mennyiség, amit **bomlási sebességnek** is neveznek, negatív, mivel az elbomlatlan magok száma csökken. Az egyenletben szereplő λ , a **bomlási állandó**. Természetesen ΔN -nek egész számnak kell lennie, de N -hez képest általában nagyon kicsinek. Emiatt N jó közelítéssel folytonosan változik, így a 13. egyenlet megoldható:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}, \quad \text{34. egyenlet}$$

ahol N_0 a $t = 0$ időben meglévő elbomlatlan atommagok számát jelenti (lásd **7. ábra**).



7. ábra A radioaktív bomlás törvénye

A λ bomlási állandó a radioaktív anyag minőségére jellemző. Reciproka, $\eta = 1/\lambda$, megadja a radioaktív atommagok **átlagos élettartamát**, azaz azt az időt, ami alatt az atommagok száma a kezdeti érték e -ed részére csökken. Ehhez hasonló adat a felezési idő is ($T_{1/2}$) is, amely idő alatt az elbomlatlan magok száma felére csökken.

A $T_{1/2}$ és λ kapcsolata a 14. egyenlet **összefüggésből** következik, ha N helyére $N_0/2$ -t, az idő helyére T -t helyettesítünk:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}}, \text{ 35. egyenlet}$$

ahonnan $\lambda T_{1/2} = \ln 2 \approx 0,693$ 36. egyenlet

és $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$. 37. egyenlet

A természetben előforduló radioaktív magok felezési ideje igen tág határok között változik: a szekundum törtrészei és a geológiai korok idejével összemérhető $\sim 10^{10}$ év között. Az igen rövid felezési idejű radioaktív anyagok jelenlétét az magyarázza, hogy a radioaktív bomlás eredményeképpen az anyamagból keletkező leánymag gyakran maga is radioaktív. Ily módon,

ha létezik egy igen hosszú felezési idejű radioaktív anyag, akkor annak bomlástermékei, függetlenül azok (esetleg igen rövid) felezési idejétől, a természetben mindaddig megtalálhatók, míg a szóban forgó hosszú felezési idejű radioaktív magok mind el nem bomlottak.

3.1.1.1.1 Radioaktivitás

A radioaktív anyagok mennyiségét és minőségét egyszerre jellemző adat az **aktivitás** (A), ami nem más, mint a negatív bomlási sebesség. Azt adja meg, hogy egységnyi idő alatt mennyi az elbomlott atommagok száma (18. egyenlet):

$$A = -\frac{\Delta N}{\Delta t}. \quad \text{38. egyenlet}$$

Egysége a becquerel (Bq). 1 Bq az aktivitása annak a radioaktív preparátumnak, amelyben a szekundumonkénti bomlások száma egy.

A 13. egyenlet szerint egy adott időpontban az aktivitás és az elbomlatlan atommagok száma arányos egymással:

$$A = \lambda N. \quad \text{39. egyenlet}$$

Ebből az következik, hogy az aktivitás időbeli változása ugyanolyan, alakú, mint az $N(t)$ függvény (35. egyenlet), azaz:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad \text{20. egyenlet}$$

ahol a A_0 kezdeti aktivitás λ pedig a bomlási állandó.

A radioaktív anyagokat ritkán lehet teljesen tisztán, inaktív anyagtól mentes (hordozómentes) formában előállítani. Ezért radioaktív készítmények jellemzésére nem mindig elegendő az aktivitás, emellett meg szokták adni a fajlagos vagy **specifikus aktivitást** is, ami nem más, mint a tömegegységre vonatkoztatott aktivitás. Egysége ennek megfelelően pl. Bq/g. Alkalmazzák a térfogategységre vonatkoztatott aktivitást is ez, az ún. **aktivitáskoncentráció**, ennek egysége pl. Bq/ml.

4 A sugárzás intenzitásának gyengülése közegen való áthaladáskor [2]

A sugárzástól és a közegtől függően különböző mértékű **energiaelnyelődés** (abszorpció), **visszaverődés** (reflexió) valamint **szóródás** is bekövetkezhet, mindezek a terjedő energia mértékét befolyásolják. Valamilyen sugárzás intenzitása valamilyen közegen áthaladva

csökken. A sugárzás intenzitásának gyengülését a rétegvastagság függvényében a **gyengülési törvény** segítségével írhatjuk fel (21. egyenlet):

$$J_{Eki} = J_{Ebe} e^{-\mu x} \quad \text{21. egyenlet}$$

Ez a törvény a tapasztalattal jó összhangban megadja, hogy **a sugárzás intenzitása** (J_{Eki}) a rétegen áthaladva **a belépő intenzitással** (J_{Ebe}) **arányosan változik, a réteg** (x) **vastagságával pedig exponenciálisan csökken.** μ **a gyengítési együttható, azaz annak a rétegvastagságnak a reciproka értéke, amely az intenzitást e-ed részére csökkenti.**

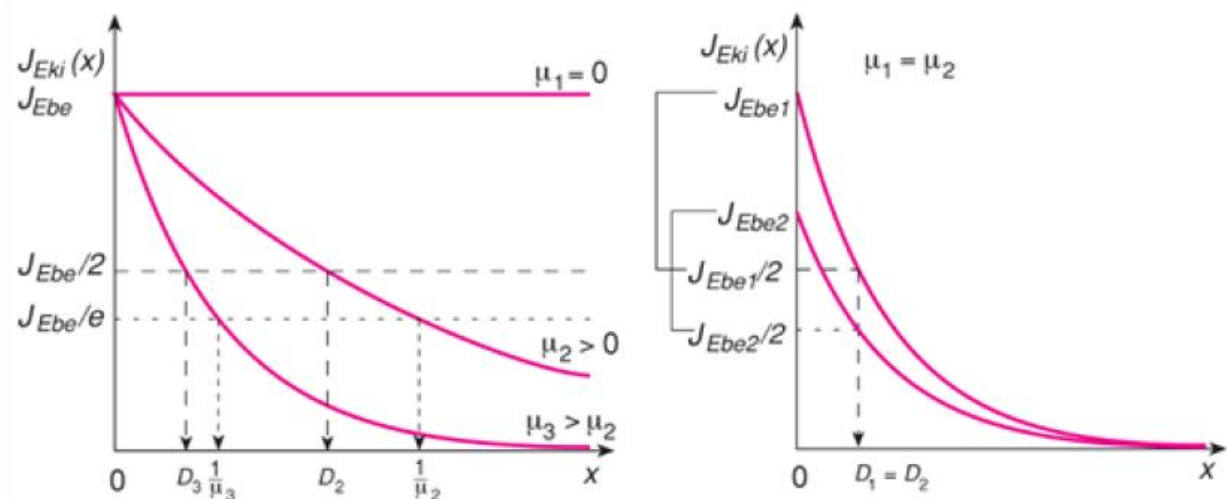
Mivel a különböző alapú exponenciális függvények egymásba átalakíthatók ezért a 21. egyenletösszefüggés a következőképpen is felírható (22. egyenlet):

$$J_{Eki} = J_{Ebe} 2^{-x/D} \quad \text{22. egyenlet}$$

Itt az exponenciális függvény alapja 2 és a gyengítési együttható (μ) helyett egy másik együttható (D) szerepel benne. **D-t felező rétegvastagságnak nevezik,** ugyanis **ilyen vastagságú réteg alkalmazása esetén az intenzitás épp a felére csökken.** A μ és D közötti kapcsolatot például a összefüggésből, D definíciója –alapján kaphatjuk meg:

$$\mu = \frac{\ln 2}{D} \quad \text{21. egyenlet}$$

A sugárzás intenzitásának változását az alábbi ábrák szemléltetik (8. ábra):



8. ábra A sugárzás intenzitásának változása különböző esetekben. Az e-edelő ($1/\mu$) és a felező (D) rétegvastagság szemléltetése

4.1 A röntgensugárzás abszorpciója [2]

A röntgensugárzás elnyelődését általánosan az exponenciális sugárgyengítési törvény írja le (24. egyenlet).

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu x}, \quad \text{24. egyenlet}$$

ahol J_0 a planparallel síkokkal határolt, homogén, x vastagságú abszorbens réteggént elképzelt elnyelő közegre merőlegesen beeső sugárnyaláb intenzitása, J a réteg után, a belépő nyaláb irányában tapasztalható intenzitás és μ a gyengítési együttható.

Az abszorpció során a röntgensugárzás intenzitáscsökkenése a γ -sugárzással megegyező kölcsönhatások, a Compton-szórás, a fotoeffektus és a párképződés révén jöhet létre.

5 Összefoglalás

Ha egy anyag koncentrációját/mennyiségét/radioaktivitását vizsgáljuk az idő függvényében, vagy (gamma-/ röntgen-) sugárzás intenzitását rétegvastagság függvényében, azt az alábbi általános képlet szerint írhatjuk fel (25. egyenlet):

$$y = y_0 e^{-\alpha x} \quad \text{25. egyenlet}$$

Attól függően, hogy milyen fizikai mennyiséget képzelünk a paraméterek, függő és független változók helyébe, megkaphatjuk a fentebb említett jelenségeket. Az " y_0 " paraméter jelenthet kezdeti/kiindulási koncentrációt/mennyiséget, kezdeti aktivitást vagy intenzitást. Az " y " (függő) változó jelölhet koncentrációt/mennyiséget, aktivitást az idő, vagy sugárzás intenzitását adott rétegvastagság függvényében. Az " x " (független) változó tehát lehet eltelt idő vagy rétegvastagság. A kitevőben szereplő negatív előjel azt jelzi, hogy az anyag koncentrációja/mennyisége, a sugárzás aktivitása az idő előre haladtával csökken, a sugárzás intenzitása a rétegvastagság függvényében szintén csökken. A kitevőben szereplő " α " paraméter általában a folyamatra jellemző állandó (pl. reakciósebességi állandó, bomlási állandó, gyengítési tényező). A legfontosabb egyenleteket az alábbi táblázatban foglalhatjuk össze (2. táblázat):

Elsőrendű reakciók	Radioaktív bomlás törvénye	Radioaktivitás az idő függvényében	Gyengülési törvény
$[A] = [A]_0 \cdot e^{-k \cdot t}$	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$	$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$	$J = J_0 \cdot e^{-\mu x}$
$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$	$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$	$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$	$D = \frac{\ln 2}{\mu}$
<p>$[A]_0$: kiindulási koncentráció (t=0) $[A]$: koncentráció a vizsgált t időpillanatban k: reakciósebességi állandó t: idő $T_{1/2}$: felezési idő</p>	<p>N_0: az elbomlatlan atommagok száma kezdetben (t=0) N: az elbomlatlan atommagok száma a vizsgált t időpillanatban λ: bomlási állandó t: idő $T_{1/2}$: felezési idő</p>	<p>A_0: aktivitás kezdetben (t=0) A: aktivitás a vizsgált t időpillanatban λ: bomlási állandó t: idő $T_{1/2}$: felezési idő</p>	<p>J_0: belépő intenzitás (x=0) J: kilépő intenzitás μ: gyengítési együttható x: rétegvastagság D: felező rétegvastagság</p>

2.táblázat: Koncentráció, elbomlatlan atommagok száma, aktivitás az idő függvényében, felezési idő, sugárzás intenzitásának gyengülése közegen való áthaladás során, felező rétegvastagság egyenlettel kifejezve

6 Mintafeladatok megoldásokkal

1. Számítsa ki, hogy mennyi egy radioaktív izotóp bomlási állandója, ha felezési ideje 144 nap.

Megoldás:

A feladatban megadott paraméter $T_{1/2} = 144$ nap, keressük a bomlási állandót, azaz $\lambda = ?$

A felezési idő és a bomlási állandó függése a következő képlettel írható fel: $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$,

az egyenletet átrendezve kifejezhetjük a bomlási állandót: $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$

az egyenletbe behelyettesítve: $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{144 \text{ nap}} \approx 4,81 \times 10^{-3} \text{ 1/nap}$

2. Egy tartály 800 db radioaktív atommagot tartalmaz $t = 0$ időpillanatban. Az anyag bomlási állandója $4,28 \times 10^{-4} \text{ 1/nap}$. Becsülje meg, hogy mennyi lenne az elbomlatlan magok száma 1008 óra múlva!

Megoldás:

A feladatban megadott értékek:

$$N_0 = 800 \text{ db}$$

$$\lambda = 4,28 \times 10^{-4} \text{ 1/nap}$$

$$t = 1008 \text{ h} = 42 \text{ nap}$$

Keressük az elbomlatlan magok számát, azaz $N = ?$

A feladat megoldásához a bomlási törvény alkalmazása, illetve az egyenletbe való behelyettesítés szükséges:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \approx 800 \cdot e^{-4,28 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{nap}} \times 42 \text{ nap}} \approx 800 \cdot e^{-0,018} \approx 800 \cdot 0,982 \approx 786 \text{ db}$$

Megjegyzés: Fontos, hogy a kitevőben lévő mennyiségek egymással "kompatibilis" dimenzióban szerepeljenek, azaz az idő esetében szükséges az óráról napra (vagy a bomlási állandó esetében 1/napról 1/óra) való átváltás.

3. Egy radioaktív izotóp felezési ideje 4 óra. Mennyi marad 600 atommagból 480 perc elteltével?

Megoldás:

A feladatban megadott értékek:

$$N_0 = 600 \text{ db}$$

$$T_{1/2} = 4 \text{ h}$$

$$t = 480 \text{ min} = 8 \text{ h}$$

Ebben a feladatban is az elbomlatlan magok számát keressük, azaz $N = ?$

A feladat megoldásához szintén a bomlási törvény alkalmazása szükséges, azonban a bomlási állandó nem ismert. Ezt az 1. feladat megoldásának megfelelően számolhatjuk ki:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{4 \text{ h}} \approx \mathbf{0,173 \text{ 1/h}}$$

A bomlási törvénybe behelyettesítve:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \approx 600 \cdot e^{-0,173 \frac{1}{\text{h}} \times 8\text{h}} \approx 600 \cdot e^{-1,384} \approx 600 \cdot 0,25 \approx \mathbf{150 \text{ db}}$$

Megjegyzés: Ebben a feladatban is figyelni kell a kitevőben szereplő mennyiségek dimenzióira. Továbbá látható, hogy a vizsgált időpillanat éppen a felezési idő kétszerese, azaz $2 \times 4\text{h} = 8 \text{ h}$. Ebből az következik, hogy egy felezési idő, azaz 4 óra elteltével az elbomlatlan magok száma a kiindulási mennyiség felére, azaz 600-ról 300-ra, két felezési idő alatt pedig a kiindulási mennyiség negyedére, az 150-re csökken az elbomlatlan magok száma.

4. Egy radioaktív izotóp felezési ideje 102 óra. 5 nap elteltével az elbomlatlan magok száma 150. Mennyi volt a magok száma $t=0$ időpillanatban?

Megoldás:

A feladatban megadott értékek:

$$N = 150 \text{ db}$$

$$T_{1/2} = 102 \text{ h}$$

$$t = 5 \text{ nap} = 120 \text{ h}$$

Ebben a feladatban az elbomlatlan magok számát keressük kezdetben, azaz $N_0 = ?$

A feladat megoldásához szintén a bomlási törvény alkalmazása és a bomlási állandó meghatározása szükséges.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{102 \text{ h}} \approx 6,796 \times 10^{-3} \text{ 1/h}$$

A bomlási törvényt N_0 -ra szükséges átrendezni, majd behelyettesítve megkapjuk a kiindulási magok számát:

$$N_0 = \frac{N}{e^{-\lambda t}} \approx \frac{150}{e^{-6796 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{h}} \times 120 \text{ h}}} \approx \frac{150}{e^{-0,816}} \approx \frac{150}{0,442} \approx 339 \text{ db}$$

7 Gyakorló feladatok

IGAZ-HAMIS

1. Elsőrendű reakciók esetén a kiindulási anyag(ok) koncentrációja az időben exponenciálisan csökken. (I)
2. A felezési idő megadhatja az időegység alatt elbomló radioaktív magok számát. (H)
3. Az aktivitás mértékegysége a becquerel (Bq). (I)
4. A gyengítési együttható annak a rétegvastagságnak a reciproka értéke, amely az intenzitást e-ed részére csökkenti. (I)

EGYSZERES VÁLASZTÁS

5. Egy 2,69 nap felezési idővel bomló izotópot vizsgálunk. Kezdetben 5000 db atommag van jelen a tartályban. Számítsa ki, hogy mennyi lesz az elbomlatlan magok száma 21,52 nap elteltével! (D)
 - A. Közelítőleg 4850 db
 - B. Pontosan 2500 db
 - C. Közelítőleg 50 db
 - D. Közelítőleg 20 db
 - E. Minden mag elbomlik.
6. Egy radioaktív izotóp felezési ideje 48 óra. 10 nap elteltével az elbomlatlan magok száma 150. Mennyi volt a magok száma $t=0$ időpillanatban? (B)
 - A. 46 875
 - B. 4800
 - C. 2400
 - D. 346
 - E. 173

7. Egy radioaktív anyag aktivitása $t=0$ időpillanatban 1 MBq, bomlási állandója $4,23 \times 10^{-3}$ 1/nap. Mennyi aktivitás mérhető 100 nap múlva? (B)
- A. $\approx 1,527$ Mq
 B. $\approx 0,655$ MBq
 C. $\approx 0,5$ MBq
 D. $\approx 2,25$ MBq
 E. 0 MBq
8. Egy lombikban levő vízbe radioaktív izotóp szennyezés került. 8,5 nap elteltével a mérhető aktivitás 305 Bq volt. Mennyi volt a radioaktív izotóp kezdeti aktivitása, ha a felezési ideje 102 óra? (C)
- A. 318 Bq
 B. 610 Bq
 C. 1220 Bq
 D. 2544 Bq
 E. Egyik sem.
9. Mennyire csökken a gamma-sugárzás kezdeti, 4550-es intenzitása egy 2,5 mm-es abszorbeáló anyagon áthaladva, ha az anyag felező rétegvastagsága (D) 0,82 mm? (C)
- A. ≈ 3684 -re csökken.
 B. ≈ 2820 -ra csökken.
 C. ≈ 550 -re csökken.
 D. ≈ 236 -ra csökken.
 E. 0-ra csökken.
10. Mennyi volt a röntgensugárzás kezdeti intenzitása, ha egy 15 mm-es abszorbeáló anyagon való áthaladás után a mérhető intenzitás 110? Az elnyelő gyengítési tényezője $0,68 \text{ cm}^{-1}$. (C)
- A. ≈ 1100
 B. ≈ 1000
 C. ≈ 305
 D. ≈ 240
 E. ≈ 43

RELÁCIÓ ANALÍZIS:

- A: Mindkét állítás helyes, és a második állítás indokolja is az elsőt.
 B: Mindkét állítás önmagában helyes, de a második állítás nem indokolja az első állítást.
 C: Az első állítás helyes, a második állítás hamis.
 D: Az első állítás hamis, a második állítás helyes.
 E: Mindkét állítás hamis.

11. A reakciósebesség az esetek többségében függ a reaktánsok koncentrációjától, mivel minél gyakrabban találkoznak a molekulák egymással, annál nagyobb az ütközések valószínűsége. (A)
12. Elsőrendű reakció esetén a felezési idő függ a koncentrációtól, így a reakció végbemenete alatt folyamatosan változik. (E)