

# A röntgensugárzás határfrekvenciája

Írta: **Kovács Tamás**

2019

Ezt az oktatási anyagot a

**Debreceni Egyetem, Általános Orvostudományi Kar,  
Biofizikai és Sejtbiológiai Intézete**

készítette.

<https://biophys.med.unideb.hu>



**DEBRECENI  
EGYETEM**

## A röntgensugárzás határfrekvenciája

### Képletek és változók definiálása

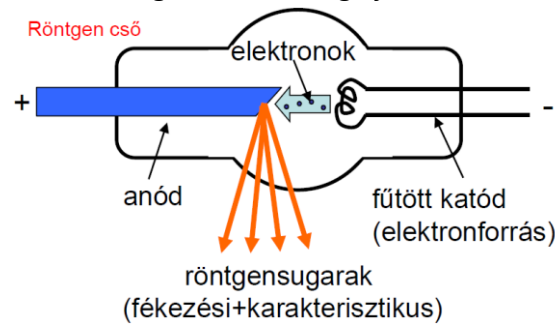
#### A röntgensugárzás előállítása

A röntgensugárzás előállítása a röntgensőben történik, amely legegyszerűbb formában egy katódból és egy anódból áll, amelyek egy üveg- vagy fémburában vannak vákuumban lezárva. A sugárzás előállítása során a katódot hevítjük, amelynek hatására anyagából elektronok lépnek ki. Ezeket az elektronokat a csőben levő elektromos erőtér gyorsítja, a gyorsított elektronok mozgási energiája az alábbi egyenlettel írható le:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = e\Delta U \quad (1)$$

ahol  $m$  az elektron tömege,  $v$  az elektron sebessége a gyorsítás végén,  $e$  az elektron töltése és  $\Delta U$  a gyorsítófeszültség nagysága.

A felgyorsított elektronok ezután az anódba csapódva kölcsönhatásba lépnek annak atomjaival és ennek eredményeképpen karakterisztikus, illetve fékezési röntgensugárzás keletkezik (illetve a folyamat során lelassult elektronok maradék mozgási energiája, amely már nem képes fedezni egy további röntgenfoton energiáját, hővé alakul) (1.ábra).



1. ábra: A röntgenső felépítése

#### A fékezési röntgensugárzás

Fékezési röntgensugárzás esetén az anódba csapódó elektronok annak atomjaival kölcsönhatva eltérülnek (terjedési irányuk megváltozik) és lefékeződnek (mozgási energiájuk lecsökken), miközben röntgenfotonok keletkeznek. Az elektronok mozgási energiájának csökkenéséből származik a keletkező fotonok energiája az alábbi egyenlet alapján

$$E_{foton} = -\Delta E_{kin} = \frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{1}{2}mv_f^2 = hf \quad (2)$$

ahol  $E_{foton}$  a keletkező foton energiája,  $\Delta E_{kin}$  az elektron mozgási energiájának csökkenése,  $m$  az elektron tömege,  $v_i$  és  $v_f$  az elektron sebessége a kölcsönhatás előtt, illetve után,  $h$  a Planck-állandó és  $f$  a keletkezett foton frekvenciája. A kölcsönhatás során az energiaátadás véletlenszerű folyamat, azaz a keletkezett fotonok energiája előre nem determinált, folytonos eloszlást követ. A csökkent energiájú és megváltozott irányú elektron továbbhalad és egy következő atommal lép kölcsönhatásba egy újabb foton keletkezése mellett egészen addig, amíg elveszíti maradék energiáját is.

#### A röntgensugárzás határfrekvenciája és határhullámhossza

A keletkezett foton energiája és frekvenciája akkor maximális, amikor az anódba csapódó elektron az első kölcsönhatás során elveszíti teljes mozgási energiáját, átadva azt a keletkező fotonnak. Ekkor az adott beállítású röntgenső esetén elérhető maximális frekvenciájú foton keletkezik az alábbi egyenletnek megfelelően

$$E_{lim} = \frac{1}{2}mv_i^2 = hf_{lim} \quad (3)$$

Ebben az esetben a foton  $f_{lim}$  maximális frekvenciáját határfrekvenciának nevezzük. Az (1) és (3) egyenlet kombinálásával és átrendezésével láthatóvá válik, hogy a határfrekvenciát az alkalmazott gyorsítófeszültség határozza meg

$$f_{lim} = \frac{e\Delta U}{h} \quad (4)$$

Korábbi tanulmányainkból ismert a foton frekvenciája és hullámhossza közötti összefüggés

$$c = f\lambda \quad (5)$$

ahol  $c$  a foton terjedési sebessége (fénysebesség) és  $\lambda$  a foton hullámhossza.

A (4) és (5) egyenlet segítségével kifejezhető a sugárzás határhullámhossza is, azaz az adott beállításokkal előállítható legalacsonyabb  $\lambda_{lim}$  hullámhossz

$$\lambda_{lim} = \frac{hc}{e\Delta U} \quad (6)$$

### Mintafeladatok megoldással

#### 1. feladat

Mekkora a röntgensugárzás határfrekvenciája, ha a röntgensőben a gyorsítófeszültség nagysága 50000 V?

Az elektron töltése  $1,6 \times 10^{-19}$  C.

A Planck-állandó értéke  $6,63 \times 10^{-34}$  Js.

A (4) egyenlet alapján

$$f_{lim} = \frac{e\Delta U}{h} = \frac{1,60 \times 10^{-19} \times 50000}{6,63 \times 10^{-34}} = 1,21 \times 10^{19} \text{ Hz}$$

#### 2. feladat

Mekkora a röntgensugárzás határhullámhossza, ha a röntgensőben a gyorsítófeszültség nagysága 30000 V?

Az elektron töltése  $1,6 \times 10^{-19}$  C.

A Planck-állandó értéke  $6,63 \times 10^{-34}$  Js.

A fotonok terjedési sebessége  $3 \times 10^8$  m/s.

A (6) egyenlet alapján

$$\lambda_{lim} = \frac{hc}{e\Delta U} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{1,60 \times 10^{-19} \times 30000} = 4,14 \times 10^{-11} \text{ m}$$

#### 3. feladat

Egy röntgensőben a sugárzás határfrekvenciája  $7,31 \times 10^{18}$  Hz. Mekkora a csőben a gyorsítófeszültség?

Az elektron töltése  $1,6 \times 10^{-19}$  C.

A Planck-állandó értéke  $6,63 \times 10^{-34}$  Js.

A (4) egyenlet átrendezésével

$$\Delta U = \frac{f_{lim} h}{e} = \frac{7,31 \times 10^{18} \times 6,63 \times 10^{-34}}{1,60 \times 10^{-19}} = \mathbf{3,03 \times 10^4 V}$$

#### 4. feladat

Egy röntgencsőben a sugárzás határhullámhossza 0,211 nm. Mekkora a csőben a gyorsítófeszültség?

Az elektron töltése  $1,6 \times 10^{-19}$  C.

A Planck-állandó értéke  $6,63 \times 10^{-34}$  Js.

A fotonok terjedési sebessége  $3 \times 10^8$  m/s.

A (6) egyenlet átrendezésével

$$\Delta U = \frac{ch}{e\lambda_{lim}} = \frac{3,00 \times 10^8 \times 6,63 \times 10^{-34}}{1,60 \times 10^{-19} \times 0,211 \times 10^{-9}} = \mathbf{5,89 \times 10^3 V}$$

#### 5. feladat

Mekkora az elektronok sebessége a röntgencsőben, ha a sugárzás határhullámhossza 0,353 nm?

Az elektron tömege  $9,11 \times 10^{-31}$  kg.

A Planck-állandó értéke  $6,63 \times 10^{-34}$  Js.

A fotonok terjedési sebessége  $3 \times 10^8$  m/s.

A (3) és (5) egyenlet kombinálásával

$$\frac{1}{2} m v_i^2 = h f_{lim} = \frac{hc}{\lambda_{lim}}$$

Az egyenletből az elektronok sebessége

$$v = \sqrt{\frac{2hc}{m\lambda_{lim}}} = \sqrt{\frac{2 \times 6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{9,11 \times 10^{-31} \times 0,353 \times 10^{-9}}} = \mathbf{3,52 \times 10^7 m/s}$$

## Gyakorló feladatok

### 1. feladat

Amennyiben a röntgencsőben a gyorsítófeszültség a duplájára nő, a keletkezett sugárzás határfrekvenciája az eredeti

- a) **kétszerese**
- b) fele
- c) négyszerese
- d) negyede
- e) nem változik

### 2. feladat

Amennyiben a röntgencsőben a gyorsítófeszültség a felére csökken, a keletkezett sugárzás határhullámhossza az eredeti

- a) négyszerese
- b) negyede
- c) **kétszerese**
- d) fele
- e) nem változik

### 3. feladat

Hányszorosára kell változtatni a röntgencsőben a gyorsítófeszültséget ahhoz, hogy a keletkezett sugárzás határfrekvenciája az eredeti háromszorosa legyen?

- a) kilencszeresére
- b) kilencedére
- c) harmadára
- d) **háromszorosára**
- e) nem a gyorsítófeszültséget kell változtatni

### 4. feladat

Hányszorosára kell változtatni a röntgencsőben a gyorsítófeszültséget ahhoz, hogy a keletkezett sugárzás határhullámhossza az eredeti négyszerese legyen?

- a) **negyedére**
- b) négyszeresére
- c) felére
- d) kétszeresére
- e) nem a gyorsítófeszültséget kell változtatni

### 5. feladat

Ha egy röntgencsőben a sugárzás határhullámhossza az eredeti negyedére csökken, a csőben az elektronok sebessége az eredeti

- a) **kétszerese**
- b) fele
- c) négyszerese

- d) negyede
- e) nem változik

6. feladat

Mekkora a röntgensugárzás határfrekvenciája, ha a röntgencsőben a gyorsítófeszültség nagysága 75000 V?

- a)  $8,07 \times 10^{18}$  Hz
- b)  $5,52 \times 10^{-20}$  Hz
- c)  **$1,81 \times 10^{19}$  Hz**

7. feladat

Mekkora a röntgensugárzás határhullámhossza, ha a röntgencsőben a gyorsítófeszültség nagysága 40000 V?

- a)  $5,52 \times 10^{-11}$  m
- b)  **$3,11 \times 10^{-11}$  m**
- c)  $3,22 \times 10^{10}$  m

8. feladat

Egy röntgencsőben a sugárzás határfrekvenciája  $5,55 \times 10^{18}$  Hz. Mekkora a csőben a gyorsítófeszültség?

- a)  **$2,30 \times 10^4$  V**
- b)  $1,34 \times 10^{33}$  V
- c)  $1,34 \times 10^4$  V

9. feladat

Egy röntgencsőben a sugárzás határhullámhossza 0,188 nm. Mekkora a csőben a gyorsítófeszültség?

- a)  **$6,61 \times 10^3$  V**
- b)  $4,28 \times 10^4$  V
- c)  $6,61 \times 10^4$  V

10. feladat

Mekkora az elektronok sebessége a röntgencsőben, ha a sugárzás határhullámhossza 0,278 nm?

- a)  $1,57 \times 10^{15}$  m/s
- b)  **$3,96 \times 10^7$  m/s**
- c)  $2,80 \times 10^7$  m/s