

Készült az Eötvös Loránd Tudományegyetem, EFOP-3.4.4-16-2017-00006 számú, „Belépő a tudás közösségébe, MTMI szakok és pályák népszerűsítése a középiskolások körében” című projektje keretében.

6 fordulós levelező matematika verseny 2018.március - június

SZÉCHENYI 



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Matematika feladatmegoldóverseny, 1. forduló

1. A Fekete, a Fehér és a Pepita házaspár csütörtökön 19 órától együtt vacsorázott, hogy megünnepeljék egyikük házasságkötését. Evelin nyitott ajtót a vendégeknek. Alíz, aki a munkahelyéről érkezett, kicsit elkésett, csak 7 után 4 perccel esett be az ajtón. Károly (a házigazda) legkedvesebb kollégája Béla, ezért hívta meg őt és a feleségét. Sajnos kicsit feszélyezte a hölgyeket, hogy Márton felesége és Fehér úr felesége ugyanolyan pepita blúzt viselt. A házigazda most találkozott először Bertával. Tudhatjuk, hogy a Fekete házaspár tagjainak keresztnéve ugyanazzal a betűvel kezdődik.

Ki kinek a párja? Kik a házigazdák?

2. Milyen számjegyet írhatunk az 1234567 szám végére, hogy a kapott nyolcjegyű szám osztható legyen
a) 6-tal; b) 24-gyel; c) 25-tel; d) 16-tal?

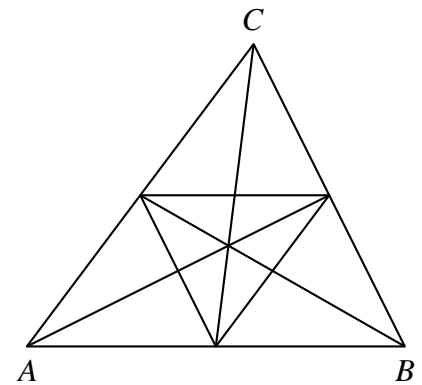
Ha több alkalmas számjegy is van, mindegyiket add meg!

3. Hozd egyszerűbb alakra a következő törtes kifejezést ($a^2 \neq b^2$):

$$\frac{a^3 - b^3 + a^2b - ab^2}{a^2 - b^2}$$

4. Az ABC háromszög oldalait megfelezzük, és a felezőpontokat egymással, valamint a szemközti csúcsokkal összekötjük. Ezután a behúzott vonalak mentén szétvágjuk a háromszöget.

- a) Hány kis háromszögre esik szét az eredeti háromszög?
b) Mekkora területű kis háromszögdarabok keletkeznek, ha az eredeti háromszög területe $2,4 \text{ dm}^2$ volt?



Matematika feladatmegoldóverseny, 2. forduló

1. Az egyik társasjátékot rendszerint két dobókockával szoktuk játszani, azonban a dobókockák elvesztek. Találtunk viszont egy dobótetraédert és egy dobóoktaédert, amelyeket egyébként a szerepjátékhoz szoktunk használni (<https://hu.wikipedia.org/wiki/Dobókocka>). A szabályos tetraéder négy lapjára 1-től 4-ig vannak felírva a számok, az oktaéder nyolc lapjára pedig 1-től 8-ig. (A tetraéderrel dobott szám az a szám, amelyre éppen ráesett a tetraéder. Az oktaéder esetében a felül lévő szám a dobott szám.)

Azt észrevettük, hogy ezzel a két dobótesttel ugyanúgy 2 és 12 közé eső összegeket tudunk dobni, mint két kockával.

Van-e olyan összeg, amelyik ugyanakkora valószínűséggel jön ki ezzel a két testtel, mint a két kockával?

2. Egy forrásból ki szeretnénk mérni pontosan 5 liter vizet, de csak egy 7 literes és egy 10 literes edény áll a rendelkezésünkre. Hogyan járunk el? (Az edényeket csak tele lehet tölteni, félig nem, illetve egy edényből kiönthetjük a benne lévő vizet.)
3. Vegyünk egy legalább négyjegyű számot. Vágjuk le az egyesek helyén álló számjegyet, és a kétszeresét vonjuk ki a megmaradt számból. (Például 2114-ből levágjuk a 4-et, és kivonunk 8-at 211-ből.)

Igazoljuk, hogy ha az eredményül kapott szám osztható 7-tel, akkor az eredeti szám is osztható volt. (Például az előbbi 2114-re $211 - 8 = 203$ -at kapunk, ami osztható 7-tel, és valóban, az eredeti szám, a 2114 is osztható 7-tel.)

4. Egy háromszög A csúcsát összekötjük a C csúcsból induló súlyvonal X felezőpontjával. Milyen arányban osztja az AX egyenes a BC oldalt? (Válaszként nem elég az arány, indoklás is kell.)

Matematika feladatmegoldóverseny, 3. forduló

1. A nyuszik nem tudnak tojást tojni. De akkora volt az elvárás Húsvét környékén, hogy kétségbeesett nyulak egy vakmerő csoportja betört a baromfudvarra tojásokat rabolni. A gazda és a gazdasszony rémülten menekült be a házba, csak az ajtó felső és alsó részén mertek kilesni a tyúkok között tomboló nyulakra.

Gazduram a felső résen kilesve csak az állatok fejeit látta, ezekből 35-öt sikerült összeszámolnia. A felesége a küszöb és az ajtó között kisandítva csak a lábakat látta, összesen 94-et. Hány nyúl rontott be hány tyúk közé, ha mindketten jól számoltak, minden tyúk és nyúl teljesen ép volt, és az egyéb állatok elrejtőztek az ólakban?

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

2. Mekkora lehetnek annak a téglalapnak az oldalai, amelynek oldalai mérőszáma centiméterben egész számok, és kerülete mérőszáma centiméterben egyenlő a terület négyzetcentiméterben kifejezett mérőszámával?

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

3. Számítsd ki a következő tört pontos értékét!

$$\frac{1234567890987654321}{1234567890987654321^2 - 1234567890987654320 \cdot 1234567890987654322}$$

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

4. Egy ABC háromszögben az AB oldal hossza 2 egységnyi. A B csúcsnál lévő γ szög 40° -os, a C csúcsnál lévő γ szög 60° -os.

Az A csúcsból induló magasság egyenese a szemközti oldalt a Q pontban metszi, a B csúcsból induló magasság egyenese a szemközti oldalt az R pontban metszi. Az AB oldal felezőpontját P -vel jelöljük.

Mekkora a PQR háromszög területe?

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

Matematika feladatmegoldóverseny, 4. forduló

1. Feldobunk három szabályos dobókockát. Minek nagyobb az esélye, annak, hogy három egymás utáni szám jön ki (pl.: 2, 3, 4), vagy annak, hogy két egyenlő (és egy nem ugyanolyan) lesz a dobott számok között?

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

2. Ábel és Benedek egyszerre indul el kerékpárral egymás felé 39 km távolságból. Egyenletes sebességgel haladva 1 óra 30 perc múlva találkoznak. A találkozásukig Ábel 6 km-rel hosszabb utat tett meg, mint Benedek. Mekkora utat tettek meg külön-külön egy óra alatt?

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

3. Készítsünk a páratlan számokból számháromszög-sorozatot az ábrán látható módon:

1.:	2.:	3.:	4.:
			1
		1	3 5 7
	1	3 5 7	9 11 13 15 17
1	3 5 7	9 11 13 15 17	19 21 23 25 27 29 31 ...

(Egy ábrán minden következő sorban jobbról is és balról is egy-egy elemmel több van, mint mint a fölötte lévő. Minden következő ábrán 1-gyel több sor van, mint az előzőn.)

Mennyi az n -edik ábrán szereplő számok száma?

Mennyi az n -edik ábrán szereplő legnagyobb leírt szám?

Mennyi az n -edik ábrán szereplő számok összege?

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

4. Az $ABCD$ trapéz AB alapjának felezőpontját jelöljük E -vel, a CD alapjának felezőpontját F -fel. Az AF és DE egyenesek metszéspontja legyen G , a CE és BD egyenesek metszéspontja H . Igazold, hogy az AGD és BHG háromszögek területének összege megegyezik az $EHFG$ négyszög területével!

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

Matematika feladatmegoldóverseny, 5. forduló

1. Egymás után leírjuk az egész számokat 1-től 2018-ig, valahogy így: 12345678910111213...2018. Így egy igen nagy számot kapunk. Ezután ebből a számból „kidobáljuk” az összes 3-as számjegyet. Mi lesz az így kapott szám 2018. számjegye?

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

2. Amint a villamosmegállóba értem, elment az orrom előtt a villamos. Úgy döntöttem, hogy elindulok gyalog, mert csak egy megállónyt kellett mennem. Éppen akkor futott be a következő villamos a következő megállóba, amikor én is odaértem. Miközben jöttem, induláskor és érkezéskor is éppen szembejött egy villamos, sőt, épp harmad úton, majd kétharmad úton is is találkoztam egygel. (Összesen tehát 4 szembejövő villamost számoltam.) 12 perc alatt tettem meg az utat a két megálló között. Hány percenként indultak a szembejövő villamosok? (A villamosok ebben az időszakban mindkét irányban egyenlő időközönként követték egymást. Feltehetjük, hogy a sebességük egyenletes.)

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

3. Mókus papa 4 huncut kölyke várja, hogy a papa visszatérjen az eleséggel. A papa 10 szem mogyorót visz haza, de nem figyel eléggé, így az is előfordulhat, hogy nem mindenkinek ad. Ráadásul képtelen megkülönböztetni az ifjakat. Az viszont egészen biztos, hogy különböző számú mogyoró jutott mindegyiknek. (Például az egyiknek 5, a másiknak 3, a harmadiknak 2, a negyediknek egy szem sem.)

Hányféleképpen oszthatta el mókus papa a mogyorókat?

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

4. Szét lehet-e darabolni egy szabályos háromszöget 2018 (kisebb) szabályos háromszögre?

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

Matematika feladatmegoldóverseny, 6. forduló

1. Két valós szám szorzata 12,5, hányadosa 1,28. Mi lehet ez a két szám?

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

2. Az a szám egy 2-től különböző szám lehet. Milyen értékeire lehet egyszerűsíteni az $\frac{a+2}{2-a}$ törtet?

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

3. Öt szabályos korong mindegyikének egyik oldalára 1, a másik oldalára 0 számjegyet írunk. Ezután feldobjuk az öt korongot, és a kapott számjegyeket nagyság szerint nem növekvő sorrendben leírjuk egymás mellé. Mennyi a valószínűsége, hogy az így összeolvasható számot kettes számrendszerbeli számnak tekintve az egy kettőhatvány?

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!

4. 4 egyenessel hány részre lehet felosztani a síkot? Minden lehetőséget keress meg!

Ne csak a végeredményt írd le, hanem azt is, hogyan kaptad!