OTDK-dolgozat

Németh Kristóf

2013

Adójátékok
Taxation games

Kézirat lezárása: 2012. november 15.

TARTALOMJEGYZÉK

ÁBRAJEGYZÉK

3.4 mátrix: A kétpopulációs héja-galamb játék. Forrás: saját szerkesztés Peters (2008) alapján.

3.5 mátrix: A kockázatos kereskedelem játéka. Forrás: Saját szerkesztés Cressman (2003) alapján.

A TÁRSADALMI INTÉZMÉNYEK KIALAKULÁSA

„Ez a genetikus elem elválaszthatatlan az elméleti tudományok eszményétől”

/Carl Menger/

Életünk során számtalan játékelméleti problémával szembesülünk, jóllehet ez legtöbbször nem tudatosul bennünk. Márpedig, mind ahányszor interaktív döntési helyzetbe kerülünk, valójában különböző típusú játékok számunkra kedvező kimeneteleit keressük. Legyen szó akár egy izgalmas pókerjátszmáról, akár egy mikroökonómiai ihletésű gazdasági problémáról, a szituáció kimenetele mindig az érintett szereplők döntéseinek eredőjeként határozódik meg. A különböző szituációkban egyaránt megfigyelhető a saját döntésünk meghozatala után esedékes várható reakciók, visszacsatolások vizsgálata. A többszereplős döntési folyamatot éppen ez a momentum különbezteti meg az egyszemélyes döntéshozatal folyamatától. Az egyszemélyes döntési problémák megoldásakor elegendő, ha figyelmünket a felmerülő probléma parametrizálható jellemzőire, illetve saját motivációinkra korlátozzuk. Ilyenkor is előfordulhat, hogy a szituáció kimenetele több szereplőre is hatással van, azonban az ő viselkedésük nincs befolyásoló hatással az egyszemélyes döntési helyzet kimenetelére (vö.: externáliák).

Ezek után azt mondhatjuk, hogy a játékelmélet a többszereplős, interaktív döntési helyzetek absztrakt leírására, elemzésére szolgál. A játékelméleti problémák felmerülhetnek egyéni, vagy közösségi szinten, gazdasági és személyes kontextusban egyaránt. Ez a fajta széles körű alkalmazhatóság annak köszönhető, hogy amikor környezetünkkel érintkezünk, akkor ez által legtöbbször valamilyen társas interakcióba bonyolódunk. Ilyenkor bármilyen döntés/akció meghozatala/végrehajtása előtt mérlegelnünk kell a többi döntéshozó (játékos) lehetséges reakcióit (stratégiáit). (Dixit – Nalebuff [1991])

A játékelmélet az alkalmazott matematika egyik interdiszciplináris jellegű tudományterülete, mely az utóbbi időkben nagy hatással volt a közgazdasági gondolkodásra. Sikerének titka valószínűleg a döntéshozás előbb leírt stratégiai jellegének szemléletes ábrázolásában keresendő. Dolgozatunkban a játékelmélet közösségi döntéshozatalban betöltött szerepét vizsgáljuk, az adózás tárgykörének vonatkozásában. A bevezető fejezet mondanivalója reményeink szerint más megvilágításba helyezi majd az adórendszerek elemzéséből levont következtetéseket. Ezek szerint az adócsalás – a potyautas-magatartás egyik leggyakoribb megjelenési formája – motivációja alapvetően az egyén állami intézménnyel szemben megnyilvánuló elégedetlenségéből táplálkozik. Az adózás vonatkozásában az egyén rendszerint két akció közül választ: vagy becsületesen befizeti az adóját, vagy annak elcsalásával próbálja növelni elkölthető jövedelmét. Mivel az adóalany döntésekor egyben az állami működést is értékeli, ezért az adócsalás előfordulásával mindenkor számolnunk kell. Játékelméleti megfogalmazásban: Az adóalany kevert stratégiájában mindkét tiszta stratégiáját pozitív valószínűséggel alkalmazza, tehát valódi kevert stratégiát játszik. Mindezek alapján elengedhetetlennek látszik, hogy megismerkedjünk a kevert egyensúlyi helyzetek legfontosabb tulajdonságaival. A kevert egyensúlyi helyzetek általános jellemzését kezdjük is mindjárt egy filmtörténeti óriás nem mindennapi kalandjaival.

1.1 Kevert Nash-egyensúly és minimax elv

1955-ben mutatták be a mozikban az azóta már klasszikussá vált Haragban a világgal (Rebel Without a Cause) című angol filmdrámát. A mozi leginkább James Dean szuggesztív alakítása miatt maradt emlékezetes, mi most azonban játékelméleti vonatkozása miatt idézzük fel. A mozi egyik híressé vált jelenetében Dean és vetélytársa egy szirt széle felé száguldanak autóikban ülve. A kettejük közti rivalizálás igazi presztízscsata. Aki ugyanis először ugrik ki autójából, az megszégyenül a másik előtt, a társaság többi tagja pedig gyáva nyúlként (chicken) tekint majd rá. A leírt szituáció valójában egyszerűen modellezhető a játékelmélet módszertanával. A gyáva nyúl (héja-galamb) típusú játék 1.1 kifizető mátrixát az alábbiakban láthatjuk.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{A/B} & \boldsymbol{C}\ (kit\acute{e}r) & \boldsymbol{D}\ (egyenesen) \\ \boldsymbol{C} & 2,2 & \boldsymbol{1,3} \\ \boldsymbol{D} & \boldsymbol{3,1} & 0,0 \end{pmatrix}$$

1.1 mátrix: A gyáva nyúl (héja-galamb) típusú játék. Forrás: Saját szerkesztés Peters (2008) alapján.

A játék két szimmetrikus tiszta Nash-egyensúlya a (C, D) és a (D, C) stratégia-együttes. Ezen kívül létezik még a játéknak egy kevert stratégiákból álló egyensúlyi kimenetele is. Tudjuk, hogy egy játékos kevert stratégiája a tiszta stratégiáinak halmazán értelmezett valószínűség-eloszlás, ezért aztán joggal merülhet fel a kérdés kevert Nash-egyensúlyok kialakulásakor: Ha a speciális kétoldalú dobókocka mindkét játékosnak a D akciót írja elő, akkor a tragédia még egyensúlyi helyzetben sem kerülhető el. Valóban, statikus teljes információs játékot feltételezve a tragédia bekövetkezésnek esélye sehogy sem csökkenthető 25% alá. Ráadásul ez a 25% még az olyan véletlenszerűen, de előbb-utóbb biztosan előforduló problémákkal sem számol, mint a beragadó biztonsági öv esete. A keserű konklúzió levonása helyett azonban joggal mondhatnánk: James Deannel ellentétben legtöbbünk számára soha sem adatik meg a szabadság teljességének megélése, ezért nincs szükségünk az imént ábrázolt gyáva nyúl játékra. Valóban, életünk folyamán jó eséllyel soha sem leszünk olyan helyzetek, párbajok résztvevői, mint filmbéli hőseink. Az viszont már közel sem ennyire egyértelmű, hogy ne találkoznánk gyáva nyúl típusú helyzetekkel, konfliktusokkal életünk során. A jó filmek, éppen az által teremtenek értéket – mondhatni éppen attól jók –, hogy a valóság gyakran észrevétlen jelenségeit, összefüggéseit láttatják számunkra. A szemléltetés eszköze pedig könnyen lehet bármiféle túlzás, vagy sarkítás. Lehet, hogy a munkába vezető úton autónkban ülve mi is belefutunk egy hasonló, bár kétség kívül kevésbe kiélezett szituációba. A veszélyhelyzet relevanciájának érzékeltetése végett tekintsünk egy az előzőnél jóval hétköznapibb példát: a közlekedési (koordinációs) játékot.

Anna és Balázs, miután korán reggel felkelnek, autójukba ülnek és munkába indulnak. A munkába menet azonban egy szűk kereszteződésben autóik váratlanul szembe kerülnek egymással. Ekkor mindketten, egyidejűleg – de legalábbis anélkül, hogy tudnák, mit tesz a másik – félrerántják a kormányt. A közlekedési játék lehetséges kimenetelit a következő mátrixban foglaltuk össze. (Binmore [2007])

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{A/B} & bal & jobb \\ bal & +,+ & -,- \\ jobb & -,- & +,+ \end{pmatrix}$$

1.2 mátrix: A közlekedési koordinációs játék. Forrás: Binmore (2007) p. 10.

Az 1.2 mátrix tanulmányozása során megállapíthatjuk, hogy a közlekedési játéknak ugyancsak két kizárólag tiszta stratégiákból álló Nash-egyensúlya létezik: ezek a (bal, bal)és a $(jobb, jobb)$ stratégiaprofilok. Ne feledjük, a két autó egymással szemben halad. Feltételezéseink szerint Anna és Balázs nem ismerik egymást, ezáltal semmilyen prekoncepcióval nem rendelkeznek egymás vezetési stílusát illetően. Anna és Balázs ezek szerint a közlekedési játékot, mint statikus teljes információs játékot játssza le. Vegyük észre, hogy az előző példánkkal ellentétben most nem áll fenn érdekkonfliktus a két játékos között. A két tiszta egyensúlyi helyzet koordinációja azonban ettől még komoly problémát jelent számukra. Vajon mit tehet Anna és Balázs ebben a nehéz helyzetben? Mivel egyikük sem tudja előre, hogy mit lép majd a másik, ezért számolniuk kell a legrosszabb kimenetel bekövetkezésével is. Sőt, paradox módon éppen azzal kell leginkább foglalkozniuk, mivel mindkét játékos elemi érdeke az ütközés elkerülése. Az imént említett döntési elvet Neumann János, a játékelmélet tudományát megalapozó Oskar Morgensternnel közösen írt munkájában fogalmazta meg először. Azóta minimax (maximin) szabályként hivatkozunk rá, miszerint a lehetséges akciók halmazából azt kell választanunk, ami minimalizálja a potenciálisan felmerülő maximális veszteség értékét (minimax elv). Belátható, hogy ez tulajdonképpen egyet jelent a minimális nyereség maximalizálásával (maximin elv). (Neumann – Morgenstern [2007])

Neumann János alapvető tétele szerint a kétszereplős játékok többségében, bizonyos kritériumok teljesülése esetén, megtalálható egy olyan fajta egyensúlyi helyzet, amelytől – ha már egyszer kialakult – egyik játékosnak sem érdemes egyoldalúan eltérnie, mert azzal nyerségét nem növelheti. Ez az egyensúlyi helyzet legtöbbször csak kevert stratégiák alkalmazásával érhető el, és matematikai szakszóval nyeregpontnak (saddle point) nevezzük. Neumann az egyensúly létezésének három feltételét határozta meg úttörő munkájában: (Neumann – Morgenstern [2007])

1. A kétszereplős játék véges abban az értelemben is, hogy mindkét játékos számára mindegyik lépés alkalmával véges a választási lehetőségek száma, és abban az értelemben is, hogy a játék véges sok lépésben ér véget.
2. Zéró összegű, azaz amennyit az egyik játékos nyer, annyit veszít a másik. Nem zéró összegű játékra példa az általunk vizsgált közlekedési (kooperációs), vagy a gyáva nyúl játék.
3. Teljes információs, azaz mindkét játékos pontosan ismeri mind saját maga, mind ellenfele összes választási lehetőségét, és azt is, hogy a játék melyik kimenetele mennyire kedvező a saját illetve ellenfele értékrendje szerint. Ha a játék zéró összegű e két érték megegyezik, de ahogy azt az előbbiekben is láthattuk léteznek nem zéró összegű teljes információs játékok is, csak éppen nem ezekről szól Neumann tétele.

Anna és Balázs tehát alkalmas elemzési apparátus hiányában továbbra is tanácstalanul áll a problémával szemben. Neumann tétele ugyanis az ő nem zéró összegű játékukra nem alkalmazható. Szerencséjükre John Nash amerikai matematikus bebizonyította, hogy Neumann tétele a kevert stratégiákat is figyelembe véve kibővíthető minden n-szereplős játékra, melyben a stratégiák száma véges. Minden ilyen játékban megtalálható tehát az a fajta egyensúlyi helyzet, melytől – miután kialakult – egyik játékosnak sem érdemes eltérnie, mert ez által, a többi játékos tétlenségét feltételezve, nem növelheti kifizetését. Ezt a kitüntetett egyensúlyi helyzetet nevezzük Nash-egyensúlynak. (Peters [2008]) Bár némi iróniával azt is mondhatnánk, hogy Nash játékelméleti munkássága csupán egy lábjegyzet volt Neumann tudományában, ahogy maga a játékelmélet is az volt Neumann életében. Tisztán kell látnunk azonban, hogy egy elmélet értékét valójában nem annak helyessége, verifikálhatósága, sokkal inkább annak alkalmazhatósága mutatja meg. Már csak azért is, mert Gödel tétele szerint még az olyan formális tudomány, mint a számelmélet, mely tisztán formális módon épül fel és ellentmondásmentes, tartalmaz olyan állításokat, melyek a rendszeren belül megfogalmazhatók, de a rendszeren belül se nem bizonyíthatók, se nem cáfolhatók. (Hofstadter [2005]) Ennek tükrében felettébb érdekes, ahogy neves makro-közgazdászok vitatkoznak egymással arról, hogy vajon melyik makro-elmélet (keynesi, újklasszikus, újkeynesi, ágens alapú, evolúciós…) a legjobb, melyik lesz majd a válság utáni idők uralkodó modellje. Sok esetben már e kérdés megfogalmazásakor megfigyelhető egyfajta logikai csúsztatás. Mindig az ugyanis a legjobb elmélet, ami leginkább alkalmazható, azaz leginkább adaptálható a felmerülő probléma körülményeihez. Ahogy nem létezik a létező világok legjobbika, úgy nem létezik a létező modellek legjobbika sem. A matematika közgazdaságtannal szemben (is) meglévő erőfölényét éppen az demonstrálja, hogy időnként saját korlátoltságát is képes bebizonyítani. Így aztán John Nash egyetlen egzisztenciatétele, mely általánosította a neumanni egyensúly fogalmát, jócskán felértékelődhet számunkra, főleg akkor, ha éppen Anna, vagy Balázs helyzetében vagyunk. Az 1.2. mátrixban ábrázolt koordinációs játék ugyanis nem zéró összegű, ahogy azt a műveleti jelek is szemléletesen ábrázolják. Ezek szerint az általunk vizsgált közlekedési játék nem felel meg a neumanni kritériumoknak. Nash óta tudjuk azonban, hogy a minimax elv alkalmazása még ebben a helyzetben is eredményes lehet. (Peters [2008]

Láttuk, hogy Anna és Balázs számára a problémát a két tiszta Nash-egyensúly helyes koordinálása jelenti. De egyáltalán mi lehet a probléma egy tiszta egyensúlyi helyzettel, miközben az megfelel a minimax döntési szabálynak? Ha a (bal, bal) egyensúlyi kimenetelt szemléljük, azt látjuk, hogy az tökéletesen megfelel a Nash-egyensúly imént leírt definíciójának. Az ördög azonban, mint mindig most is a részletekben rejlik. A Nash-egyensúly önmegvalósító ereje ugyanis csak azután érvényesül, miután az egyensúlyi helyzet már kialakult. Nyilvánvaló, hogy miután Anna és Balázs elkerülték az ütközést, már egyikük sem fogja ellenkező irányba kormányozni autóját. A kérdés azonban abban a másodpercnyi pillanatban merül fel, amikor Anna és Balázs találkozik a kereszteződésben. Akkor és ott kell eldönteniük, hogy milyen irányba haladjanak tovább az ütközés elkerülése érdekében. Így már érezhető számunkra a tiszta egyensúlyi kimenetelek sebezhetősége. Ha például Anna úgy dönt, hogy balra rántja a kormányt, mert mondjuk számára a (bal, bal) kimenetel szimpatikusabb, mint a $(jobb, jobb)$, akkor döntése által komoly kockázatnak teszi ki magát. Ennek a kockázatnak a tényleges mértéke pedig kizárólag Balázs preferenciái, vezetési stílusa által meghatározott. Képzeljük el, hogy Balázs megszokásból minden ehhez hasonló veszélyhelyzetben ösztönösen jobbra rántja a kormányt. Ekkor, mivel két szembe haladó autóról beszélünk, az ütközés elkerülhetetlenné válik. Anna kifizetése tehát azok után, hogy a bal tiszta stratégiát választotta, Balázs vezetési szokásain, vagy éppen csak reflexeinek aktuális állapotán áll, vagy bukik. Belátható, hogy a szimmetrikus $(jobb, jobb)$ egyensúlyi kimenetel hasonló problémával küzd. Ahogy a gyáva nyúl játékban, úgy most is a kevert stratégiák bevezetése jelenthet némi segítséget játékosaink számára.

Anna egy kevert stratégiája szerint x valószínűséggel balra, $1 - x$ valószínűséggel pedig jobbra rántja a kormányt. A minimax elv alkalmazása ezek szerint az (½, ½), (½, ½) egyensúlyi kimenetelt eredményezi. Abban az esetben, ha Anna teljesen véletlenszerűen és megjósolhatatlanul választja meg a kikerülés irányát, akkor Balázs viselkedésétől teljesen függetlenül, legrosszabb esetben is az esetek felében elkerüli a karambolt, várható kifizetése tehát 0. A minimax elv újbóli alkalmazásával könnyen belátható, hogy ebben a helyzetben Balázs is akkor jár a legjobban, ha véletlenszerűen, de egyenlő eséllyel választ a két tiszta stratégiája közül. Azt látjuk tehát, hogy az irracionális viselkedés korántsem ésszerűtlen. Sőt mi több, matematikai tény, hogy sok esetben a lehető legésszerűbb döntést úgy hozhatjuk, hogy feldobunk egy speciális dobókockát, melynek három oldalán bal, másik három oldalán pedig jobb felirat található. (Mérő [2001])

Az (½, ½), (½, ½) egyensúlyi helyzet tehát sikerrel kiküszöbölte a tiszta egyensúlyok sebezhetőségét, nagyobb biztos nyereményt (0) eredményez a játékosok számára, mint bármelyik tiszta stratégiákból álló egyensúlyi profil. Ezzel együtt sem mondhatjuk azonban, hogy maradéktalanul elégedettek lennénk, mivel az esetek felében még így is a karambol bekövetkezésével kell számolnunk. Azt találtuk, hogy a közlekedési játék tiszta egyensúlyai koordinációs hibával küzdenek, míg a kevert Nash-egyensúlya nem eredményez Pareto-hatékony választást. A kifizetések alapján megállapíthatjuk, hogy a két tiszta Nash-egyensúly ezzel szemben Pareto-optimumot eredményez. Játékosaink problémája azonban éppen azok koordinációjával kapcsolatban merült fel. A fogolydilemma után ismét itt egy példa, ami azt sugallja: pusztán az önérdek követése nem eredményezhet Pareto-hatékony egyensúlyt. (Binmore [2007]) Ezekben a helyzetekben szükségesnek látszik, olyan törvények bevezetése, illetve hagyományok megőrzése, melyek segíthetnek a játékosok számára abban, hogy sikerrel koordinálják cselekedetüket. Ilyen fogódzók hiányában társadalmunk talán még mindig a „bellum omnium contra omnes” hobbesi állapotában élne. A közlekedési játékban látható hatékonyságvesztés például a jobbra tartási kötelezettség törvénybe iktatásával elkerülhetővé válik, Anna és Balázs pedig egyaránt $+$ kifizetéssel gazdagodik. A példa azonban nyilvánvalóan sántít abból a szempontból, hogy a jobbra tartási kötelezettség mára már a kontinentális Európában élők számára hallgatólagos megegyezéssé vált. Így annak betartása nem feltételezi a közlekedési szabályok (KRESZ) pontos ismeretét. Vajon a jobbra (balra) tartási kötelezettség *intézményesülése* ténylegesen annak törvénybe iktatásához köthető? Nem fordulhatott elő, hogy a jogalkotás megint csak egy artikulálatlan szabályrendszer megfogalmazásához járult hozzá? (Hayek [1995]) A kérdés megválaszolására dolgozatunk végén az evolúciósan stabil stratégia (ESS) fogalmának bevezetése után még visszatérünk.

1.2 A természeti világ működésének határozatlan jellege

Mindazonáltal előző példáink tanulsága igencsak általánosnak mondható: a legtöbb esetben, kiváltképp az aszimmetrikus szituációkban, a lehető legjobb kimenetel kevert stratégiák alkalmazásával érhető el. A kockadobás, egyszersmind gondolkodásunk irracionális elemei mára igazoltan az interaktív döntési folyamat hatékonyságnövelő részéveivé váltak. (Mérő [2001]) Az evolúció ugyancsak a kevert egyensúlyok kialakulásának kedvez, már csak azért is, mert vélhetően maga is kevert stratégiát „játszik". Gondoljunk csak világunk sokféleségére! Valójában erre az első látásra meghökkentő megállapításra a modern természettudományi kutatások engednek következtetni. Ezek szerint a természetes szelekció nem az egyedek szintjén zajlik, hanem vagy annál magasabb (csoportszelekció), vagy annál alacsonyabb (génszelekció) szinten megy végre. (Dawkins [2011]) Utóbbi két elmélet követői között ma sincs egyetértés abban, hogy melyik kategória lehet a természetes szelekció kizárólagos alapja. Napjainkban talán a génszelekció elmélete termékenyebbnek, ezzel együtt meggyőzőbbnek látszik, azonban nem kizárt, hogy a természetes szelekció egyidejűleg megy vége mind csoportok, mind gének szintjén. (Dawkins [2011]) Személyes meggyőződésünk szerint az evolúció folyamatában mindkét mechanizmus egyaránt részt vesz, tehát az evolúció kevert stratégiát alkalmaz hatékonyságának növelése céljából. Láthatjuk, hogy ez a fajta kettőség napjaink gazdasági rendszereiben éppúgy fellelhető, mint a természetes kiválasztódás folyamatában. Talán a vegyes piacgazdaságoknak mind a tiszta tervutasításos, mind a tiszta piaci gazdasági rendszerekkel szemben meglévő erőfölénye is annak nagyobb evolúciós stabilitásával magyarázható. Ne feledjük azonban, hogy míg a csoportszelekciós mechanizmus alternatíváját a génszelekció jelenti, addig a kulturális evolúció elméletében az irányított gazdaság alternatívája nem a laissez-faire, hanem a verseny racionális kerete. (Hayek [1991]) A tiszta piaci gazdaság modelljének említésekor tehát ez utóbbira hivatkoztunk. Tisztában vagyunk azzal, hogy a gazdasági evolúció elmélete számos ponton vitatható, ennél fogva az előbbi analógia némileg esetleges. Mégis úgy gondoljuk, hogy hosszútávon egyértelműen megmutatkozik a kevert koordinációs mechanizmusok hatékonyságbeli fölénye a szélsőséges magatartás-formákhoz képest. Megállapításunkat igazolni látszik, hogy a fogolydilemma végtelen sokszor ismételt változatában Anatol Rapoport TfT-stratégiája hatékonyabbnak bizonyul a minden alkalommal versengést előíró (ALLD) stratégiával szemben. (Mérő [2007])

Mindaz, ami a biológiában (etológia, genetika) és a gazdaságelméletben még csak lehetséges elképzelés, a kvantummechanikában mára már bizonyítható tény. A Hesineberg-féle határozatlansági elvértelmében nem tudjuk egy részecske bizonyos megfigyelhető változóit egyszerre tetszőleges pontossággal megmérni azonos pillanatban, még elvileg sem. Például nem mérhető meg egyszerre pontosan egy részecske (elektron) térbeli helye (sebessége) és impulzusa (mozgási energiája). Ezt a törvényszerűséget Werner Heisenberg ismerte fel 1927-ben. Ezek szerint tehát még az elemi részecske is kevert stratégiát játszik a minimális energiájú állapot elérése érdekében. Idézzük fel, hogy egy játékos kevert stratégiája nem más, mint a tiszta stratégiáin értelmezett valószínűség-eloszlás. Ez alapján az elektron állapotát annak megfigyelhető jellemzőin értelmezett valószínűség-eloszlással jellemezhetjük. Ez a tény áll egyben az elektron kettős természetének (hullám és részecske) hátterében is.

A véletlenszerűség és az irracionalitás tehát világunk működésének elemi, immanens tulajdonsága. Márpedig ez a „genetikus elem" elválaszthatatlan kell, hogy legyen az elméleti tudományok, így a közgazdaságtan eszmeiségétől is. Valójában, amikor Adam Smith a „láthatatlan léz" működéséről ír, akkor zseniális intuíciója éppen erre a felismerésre reflektál: „… láthatatlan keze, mely által [az ember] vezettetik oly célok előmozdítására, melyeket eredetileg nem tűzött ki magának.". (Smith [1893] IV. könyv, I. fej. 47. o.) Smith és a tizennyolcadik századi brit erkölcsfilozófusok tehát egy olyan társadalomelméletet építettek fel, melynek központi problémája lett a racionális egyéni cselekvések irracionális (nem szándékolt) eredménye, és amely a piac spontán rendjének átfogó elméletét adta. Ezek szerint, amikor a társadalmi intézmények (adózás) működéséről beszélünk, akkor szem előtt kell tartanunk, hogy azok sok esetben racionális cselekvések nem tervezett eredményeként jöttek létre. Ezek után az adózás intézményét akár az állam létrehozására irányuló szándék egyik nem tervezett következményének is tekinthetjük. Ezek szerint, ha elfogadjuk, hogy a törvényhozás és az állam egész tekintélye az igazság előzetes fogalmán alapul, akkor az adócsalást akár az állami intézmény, illetve annak igazságtalan működése ellen való tiltakozásnak, ellenállásnak is tekinthetjük (Hayek [1995]).

Az a gondolat, miszerint a tudatos tervezés magasabb rendű, mint a társadalom, részben irracionális elven működő spontán szerveződése, az európai gondolkodásban csak Descartes-tal jelent meg. Ettől kezdve azonban a smithi elképzelés kritikusai mindenkor megtalálhatták az ellenállásuk legitimációját biztosító elméleti hátteret. Az utóbbi időkben éppen a játékelmélet biztosított egyfajta támadási felületet az elmélet kritikusainak. Pontosabban a fogolydilemma szituáció, és annak magyarázata. A fogolydilemma tanulsága szerint az önérdek követése alapján kialakuló Nash-egyensúlyi kimenetel $(vall, vall)$ hatékonyságvesztéssel jár a kölcsönös kooperációhoz $(tagad, tagad)$ képest. Belátható, hogy a játék résztvevői számára valóban a $(tagad, tagad)$ stratégia-együttes jelentené a Pareto-hatékonyság kritériumának teljesülését. Így aztán statikus teljes információs játékban a két játékos önérdekkövető viselkedése által kialakuló Nash-egyensúly hatékonyságvesztéssel jár. (Samuelson – Nordhaus [2005]) Mi azonban ennek ellenére úgy gondoljuk, hogy a fogolydilemma játék tanulsága koránt sem ellentétes a „láthatatlan kéz" hatékony elosztást biztosító működésével. A társadalom egésze szempontjából ugyanis legalábbis vitatható a $(tagad, tagad)$ kimenetel optimális volta. Ez ugyanis két bűnöző ideje korán történő szabadlábra helyezését jelentené. Ugyanígy, két versengő vállalat számára a kooperáció bizonyos előnyökkel járna, azonban a társadalmi jólét maximalizálása alapvetően kompetitív versenyhelyzet mellett képzelhető el. Úgy gondoljuk tehát, hogy a fogolydilemma helyzetek mondanivalója, magyarázata legalább annyira alátámasztja Adam Smith vízióját, mint amennyire megkérdőjelezi azt. A fogolydilemma típusú konfliktusok egy lehetséges változatát mutatja az 1.3 mátrix.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{A/B} & \boldsymbol{C}\,(tagad) & \boldsymbol{D}\,(vall) \\ \boldsymbol{C} & -1, -1 & -4, 0 \\ \boldsymbol{D} & 0, -4 & \boldsymbol{-3, -3} \end{pmatrix}$$

1.3 mátrix: A fogolydilemma típusú játék. Forrás: Saját szerkesztés Binmore (2007) alapján.

1.3 Pareto-optimum Tom Schelling szoliter modelljében

Az eddig látottak alapján megállapíthatjuk, hogy sok esetben (fogolydilemma) a játékosok önérdekkövető magatartása nem eredményezi Pareto-optimális egyensúlyok kialakulását. Márpedig Adam Smith formulája szerint a spontán módon kialakult rend egyúttal szükségszerűen a lehetséges legjobb rend is. (Smith [1893]) Láthattuk, hogy a „láthatatlan kéz" működési elve valójában nagyon mélyen gyökerezik a világ természetes működésében. Vélhetően éppen ez adja neki időtálló érvényességét. Így aztán könnyen felmerülhet a kérdés:

Vajon a Pareto-kritériumok mennyiben tekinthetők emberi konstrukciónak, illetve mennyiben valós társadalmi/gazdasági törvényszerűségek megfogalmazásának?
A mainstream közgazdaságtan kimondva, kimondatlanul elfogadja az olasz társadalomtudós, Vilfredo Pareto munkáiból levezethető, ún. Pareto-kritériumokat [Paretian value judgements]. Ezek azonban – bár gyakran tálalják őket megfellebbezhetetlen evidenciaként – valójában meglehetősen vitatható feltevéseken nyugszanak. Ezeket az előfeltevéseket, kritériumokat a következőképpen fogalmazhatjuk meg (Cullis – Jones [2004]):

1. Minden egyént saját jóléte vagy hasznossági szintje [utility] legjobb bírájának tekintünk.
2. A társadalmat nem organizmusként, hanem az azt alkotók egyszerű halmazaként fogjuk, foghatjuk fel; azaz a társadalom pusztán az egyének összessége.
3. Ha az erőforrásokat újra lehet osztani úgy, hogy az egyén hasznossági szintjét növelni tudjuk, míg egyetlen más egyén hasznossági szintje sem csökken, akkor a társadalom jóléte növekedett.

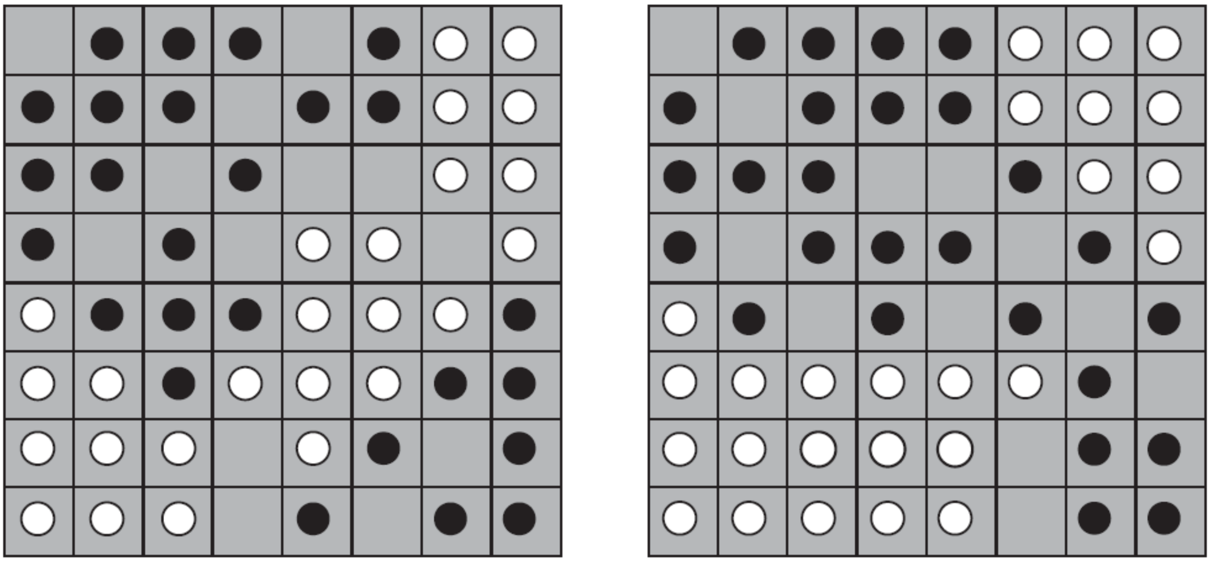
Pareto-optimumról ezek után a fenti kritériumok egyidejű teljesülésekor beszélhetünk. Érezzük, hogy mind közül a harmadik kritérium a legerősebb, ezzel együtt a legfontosabb is. Ez határozza meg ugyanis, hogy mit értenek ma a közgazdászok a hatékonyság fogalma alatt: Hatékony gazdaságban az inputok és az outputok fennálló allokációja olyan, hogy az újraelosztás révén nem lehet egy személy jólétét növelni úgy, hogy senki más jóléte ne csökkenjen. A helyett azonban, hogy mélyebben belemerülnénk a hatékonyság fogalmának paretoi értelmezésébe, nem árt kissé tovább gondolkodnunk a Pareto-kritériumokról. Úgy tűnik számunkra, hogy még a kritériumok rendszerén belül is fennáll egyfajta feltételes logikai kapcsolat. Ezek szerint az egyes kritériumok között laza ok-okozati összefüggés figyelhető meg. Ezt azért tartjuk problematikusnak, mert amennyiben az első két kritérium a valóság téves leképezését jelenti, úgy a továbbiakban megkérdőjelezhetővé válik a Pareto-hatékonyság fogalma is.
Az első feltétel egyfajta hittételként, morális ítéletként (hogyan kell cselekednünk bizonyos helyzetekben) vagy politikai nézetként fogható fel. Ezzel szemben komoly kétségeink vannak. Miután a nyugati demokráciák polgárai a politikai döntések felelősségét a képviselőkre hárítják, nem kellene hasonlóan viselkedniük gazdasági döntések meghozatalakor is? Egyáltalán, mit gondolnak erről maguk az egyének? Sok esetben az egyének vagy nem tudják, vagy nem akarják megítélni, milyen következményekkel jár egy gazdasági döntés jólétük

növekedése szempontjából. Előfordul, hogy szakértőket szeretnének bevonni, hogy kompenzálhassák szaktudásuk hiányosságából eredő információhiányukat. Máskor akár egészségi állapotuk, akár racionalitásuk korlátai miatt nem kívánnak véleményt alkotni saját jólétükről, vagy csak nem akarják vállalni a saját véleményalkotással járó felelősséget, azt inkább másokra ruháznák át. A szakirodalom többségében mégis elfogadják ezt az erősen vitatható feltevést. Talán csak azért, mert az állami szektor gazdasági elemzését túlnyomórészt ezzel az erősen anti-paternalisztikus szemlélettel végzik (Cullis – Jones [2004]).

Ami a társadalom nem organikus felfogását illeti ez a nézet nyilvánvalóan ellentétben áll az olyan tudományágak gyakorlatával, melyek a közgazdaságtannal szemben a módszertani kollektivizmus irányában elkötelezettek. Így például a szociológiai kísérletek alapegysége a társadalom, és nem az egyén: a társadalom az organizmus, nem az egyén. A különböző tudományágak osztályozásának alapja lehet a módszertani elemzés alapegysége: a fizikusok elemi részecskéitől és a biológusok génjeitől kezdve az egyénre épülő közgazdaságtanon és pszichológián át, egészen a szociológiáig. Ami a közgazdaságtanban járatosak számára természetes, igen különösnek tűnhet más tudományok művelői számára. Annak ellenére, hogy ezt a fajta különbözőséget sokan csupán a módszertani elemzés alapegységének eltérésével magyarázzák, valójában abból a hallgatólagos meggyőződésből eredeztethető, miszerint az egyéni érdeknél nincs magasabb rendű érdek.

A harmadik kritériumról – amelyet néha, mint „a" Pareto-kritériumot emlegetünk – szintén elmondhatjuk: távol áll attól, hogy egyértelműen elfogadható legyen. Ez a kritérium kerüli a személyek jóléte közötti összehasonlítást. Ezáltal azonban elfogadja azt, hogy a világ leggazdagabb embere még gazdagabb lehessen mindaddig, amíg más nem jár rosszabbul. Az is látható, hogy a paretoi elmélet „végállapot-orientált", azaz pusztán a társadalmat alkotó egyének által elért hasznossági szintje számít a Pareto-hatékonyság szempontjából. Ennek megfelelően a Pareto-hatékonyság olyan állapot, amelyben egyetlen egyén sem növelheti hasznossági szintjét anélkül, hogy másokét ne rontsa ez által. Az ilyen módon értelmezett hatékonyság és a más – különösen a méltányossági – megfontolások közötti konfliktus napjainkban is számos közgazdasági vita témáját képezi. (Cullis – Jones [2004])

Következő játékelméleti modellünk azt pórbálja szemléltetni, hogy még a racionális tervező által létrehozott Pareto-optimális egyensúly sem zárhatja ki olyan társadalmi szinten nem kívánatos jelenségek kialakulását, mint például a szegregáció. Hazánkban, ahol a kisebbségek kérdése mára a napi politika játszmáinak eszközévé vált, még inkább relevánsak példánk következtetései.



1.1 ábra: A szoliter játék két végeredménye. Forrás: Binmore (2007) p. 63.

A közlekedési játék kevert egyensúlyáról megállapítottuk, hogy koránt sem tekinthető hatékonynak. Láttuk ugyanis, hogy még kevert egyensúly létrejöttekor is várhatóan minden második játék ütközéssel végződik. Ezzel együtt mégiscsak egy Nash-egyensúlyról beszélünk, ami önmegvalósító ereje (nyeregponti tulajdonsága) által akár egy társadalmi konvenció, intézmény (evolúciósan stabil stratégia) kialakulásához is vezethet. Azt is észrevettük, hogy a társadalmak olyan formális/informális szabályozók segítségével hidalták át koordinációs nehézségeiket, mint például a jobbra (balra) tartási kötelezettség. Ennek törvénybe iktatása, illetve zsigeri érzékelése, és ösztönös betartása révén a közlekedési játék Pareto-optimális tiszta egyensúlyi kimenetellel zárult. Eddig a pontig azonban nem merült még fel az a kérdés, hogy vajon egy Pareto-optimális kimenetel minden esetben kedvező-e a játékosok közössége szempontjából? Kérdésünk megválaszolása végett ismerkedjünk meg Tom Schelling szoliter játékával (bábjáték).

Schelling szoliter modellje egy játékelméleti illusztrációja annak hogyan hozhat létre a tudatos tervező által irányított evolúciós folyamat társadalmilag nem kívánatos jelenségeket, anélkül, hogy bármiféle ördögi cselszövés rejlene a háttérben. A játékot egy sakktáblán játsszuk, két játékosunk a világos és a sötét. Minden egyes bábu egy háztartást reprezentál. Azt a mezőt, amit az adott bábu elfoglal a háztartás otthonának tekintjük. A környező mezők (legalább 3, legfeljebb 8) alkotják a háztartás szomszédságát. Ezáltal egy szomszédos mezőn álló bábu az adott háztartás szomszédjának tekinthető. Feltételezhetjük, hogy minden egyes bábu érzékeny a szomszédjai színére: a világos játékos azt szeretné, hogy szomszédjainak legalább fele legyen ugyancsak világos. Hasonlóan a sötét színű háztartások lakói azt szeretnék, hogy szomszédjaiknak legalább az egy harmada legyen velük azonos színű. Az által irányítjuk az evolúciós folyamatot, hogy az elégedetlen bábukat elkezdjük áthelyezni olyan mezőkre, ahol azok már elégedettek lakókörnyezetükkel. A folyamat addig tart, amíg végül már senki sem tud javítani pozícióján anélkül, hogy egy másik háztartás helyzetét ne rontaná ez által (vö.: Pareto-hatékonyság kritériuma). Schelling azt javasolja, hogy kezdésként a sakktábla minden sötét mezőjére sötét színű bábut, minden világos mezőjére pedig világos színű bábut helyezzünk. A populáció kiindulási állapota ezek szerint teljes mértékben kevert. Ezek után néhány bábut véletlenszerűen eltávolítunk, és elkezdjük a játékot. Az ábránkon látható esetben önkényesen 12 bábut (hat világos, hat sötét) távolítottunk el a játéktérről. (Binmore [2007]) A fenti 1.1 ábra két eltérő kiindulási konfiguráció végeredményét szemlélteti. Két egyaránt Pareto-optimális egyensúlyi kimenetelt látunk. A két végállapot közti különbség csupán a két kezdeti felállás eltérésére, (melyik bábukat távolítottuk el) valamint az elégedetlenkedők mozgatási sorrendjére vezethető vissza. Bár jól látható, hogy a két végeredmény nem teljesen egyforma, mégis a szoliter modell következtetése egyértelmű: a kialakuló egyensúlyi helyzetben mindannyiszor kialakul a különböző színű bábuk elkülönülése, azaz a szegregáció. Érdemes néhányszor lejátszani Schelling játékát már csak azért is, hogy magunk is meggyőződhessünk arról, hogy tervezői racionalitásunk minden esetben alul marad az evolúciós folyamat nyomásával szemben. Jegyezzük meg, hogy a modell feltevései szerint minden egyes háztartás megelégedett volna egy kevert színű szomszédsággal is. Mégis a legkisebb társadalmi feszültségre reagáló tervezés elegendőnek bizonyul valamilyen szintű szegregáció létrejöttéhez. (Schelling [1960])

Következtetésünk szerint tehát a Pareto-optimum megléte nem zárhatja ki a társadalom és a közösség szempontjából káros magatartások, viselkedésformák kialakulását. Ez pedig leginkább a Pareto-kritériumok téves ember- és társadalomképével, azaz az első két kritérium megkérdőjelezhető voltával magyarázható. Az egyes bábuk szintjén ugyanis minden a legnagyobb rendben van. Sőt vannak olyan háztartások is, akik csak a hozzájuk hasonlókkal érintkeznek. Tágabb (közösségi) perspektívából szemlélve a jelenséget azonban már megfigyelhető a közösség megosztottsága és polarizálódása. A probléma kulcsa: Még a racionalitás magas fokán álló tervező sem látja előre a folyamat végeredményét, ez által legjobb szándéka ellenére sem képes számításba venni a szegregációból származó hátrányokat, negatív következményeket. (Hayek [1995])

A szoliter modell tanulsága egyszersmind alátámasztani látszik a smithi „a láthatatlan kéz” erejébe vetett hitünket. Úgy látszik még a legracionálisabb emberi tervező sem képes javítani az ösztönös, spontán szerveződés végeredményén. A társadalmi intézmények eredete, kialakulása és működésmódja az előbbihez nagyon hasonló logikai törvényszerűség alapján magyarázható. Carl Menger magyarázata szerint az intézmények azért fejlődtek egy adott módon, mert a részek cselekvésének általuk biztosított koordinációja hatékonyabbnak bizonyult, mint más alternatív intézmények esetében, amelyekkel versenyben álltak. (Menger [1970]) Ugyanez vonatkozhat az adózás, mint társadalmi intézmény fejlődésére is. Ebben a megközelítésben az adózás intézményének tökéletlenségét, ezzel együtt az egyén állammal szembeni ellenállását az adócsalás mindenkori mértéke jelzi. Ezek szerint a társadalom bizonyos értelemben elégedetlen a saját maga által létrehozott intézményrendszerrel. Megfigyelhető, hogy az adóhatósági ellenőrzés szigora, és az adóbírság értéke általában akkor növekszik, amikor az egyének elégedetlensége fokozódik. Arra számítunk tehát, hogy az adóalany kevert stratégiájában az adócsalás tiszta stratégiája mindenkor valamilyen pozitív valószínűséggel szerepel majd. Továbbá, ami az adórendszer dinamikus viselkedését illeti, azt várjuk, hogy az adóalanyok kevert stratégiájának időbeli alakulása valamilyen formában tükrözze az ellenállás változó intenzitását.

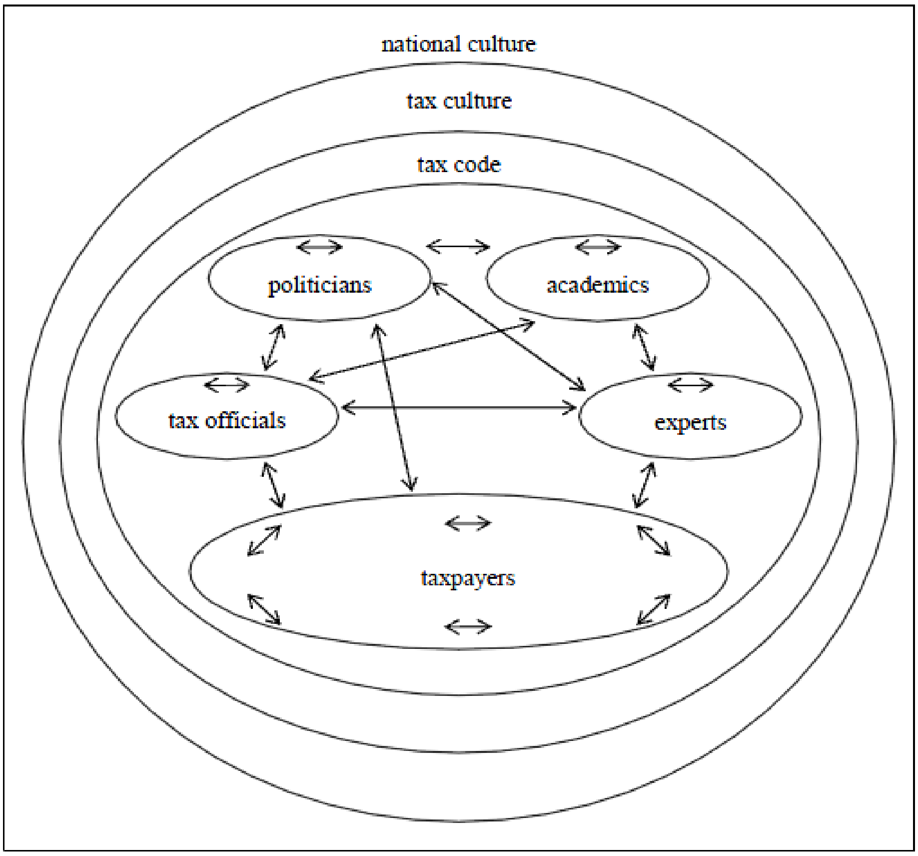
AZ ADÓZÁS KLASSZIKUS JÁTÉKELMÉLETI MODELLJEI

„Az adóbevételek előteremtése olyan, mint a libatolltépés, minél több tollra akarunk szert tenni minél kevesebb sziszegéssel.”

/Jean-Baptiste Colbert/

Dolgozatunk második fejezetében négy klasszikus játékelméleti példa segítségével próbáljuk illusztrálni az adórendszer működést. Mindenekelőtt azonban teszünk egy bátortalan kísérletet az adórendszer fogalmának definiálásra. Jogi értelemben az adórendszer valamely államban egy meghatározott időben hatályos, illetve beszedhető adók összessége. Közgazdasági értelemben a definíció már koránt sem ennyire egzakt és egyértelmű. (Cullis – Jones [2004]) Közgazdasági értelemben, egy ország adórendszere szervesen beágyazott az adott ország kulturális közegébe. Ráadásul az adórendszer közgazdasági fogalma az összes kapcsolódó formális és informális intézményt is figyelembe veszi. Ezek a nem csak jogi tényezők egyrészt az adott ország sajátos történelméből, jellemző politikai beállítottságából, valamint az ország formális és informális intézményrendszerének állapotából adódnak. Ezek az észrevételek tehát az egzakt jogi értelmezés kibővítéséhez, árnyalásához vezetnek. Játékelméleti modelljeink megalkotásakor csupán az adófizetők és az adóhatóság lehetséges stratégiáira koncentrálunk. Látnunk kell azonban, hogy az adórendszer működése a valóságban sokkal összetettebb annál, mintsem hogy két szereplőjének viselkedése által leírható legyen. Az adórendszer társadalmi-kulturális beágyazottságát, valamint meghatározó szereplőinek kapcsolatrendszerét igyekszik szemléltetni a 2.1 ábra. (Nerré [2004])

Ennek tükrében meg kell jegyeznünk, hogy egyszerű kétszereplős adójátékaink nem képesek részleteibe menően ábrázolni az adózás bonyolult, soktényezős rendszerét. Célunk azonban nem is ez, csupán néhány alapvető összefüggés feltárása. Különböző modelljeink megfogalmazásakor igyekszünk a valóság egyre pontosabb, helyesebb modelljeit elkészíteni. Annak makettszerű leírását azonban sem játékelméleti sem más módszertan alkalmazásával nem tartjuk kivitelezhetőnek. A következőkben vizsgálandó adójátékok következtetéseinek értelmezése során is ezt az alapvető hozzáállást tartjuk szem előtt.



2.1 ábra: Az adózás komplex rendszere. Forrás: Nerré (2004) p. 5.

2.1 Klasszikus adójáték

A bevezető fejezet végén arra a megállapításra jutottunk, hogy a potyautas-magatartás – a közjavak fogyasztásában a fogyasztó igyekszik minimalizálni a közös költségekből való részvállalását – lényegében nem más, mint fennálló intézményrendszer, végső soron az állam kritikája. Dolgozatunk hátralévő részében tehát az egyik legismertebb, mára megszokottá, kvázi elfogadottá vált ilyen jelenséggel, az adócsalással foglalkozunk. Már csak azért is, mert ha létezik a csalásnak, potyautas-magatartásnak olyan formája mely, gyakorlatilag mindenkit érint, akkor az kétségkívül az adócsalás. Az adócsalás legalább annyi fejtörést okoz a csalónak, mint az államnak. Az adófizetési kötelezettségét akár szándékosan, akár akaratlanul elmulasztó adóalany ugyanis nemcsak az adóhivatalt károsítja meg, hanem a közösség közterheket vállaló részét is, jó esetben többségét. Az adócsalás, mint közösség-károsító magatartás megjelenése az állami intézmény kialakulásához kötődik. Ezért aztán valószínűnek tartjuk, hogy az átmeneti országokban éppen az állami szerepvállalás téves értelmezése áll a napról napra terebélyesedő adócsalás hátterében.

Az adókikerülést vizsgáló közgazdászok között általában egyetértés van abban, hogy az adózók elkerülési praktikái csökkenek az ellenőrzés valószínűségének (gyakoriságának) növekedésével, továbbá a büntetések nagyságának emelkedésével. Az egyetlen meglepő, de ma már általánosan elfogadott összefüggés az, hogy az egyének adókikerülése csökken, ha az adó rátája növekszik. (Cowell [1990]) „Az adóbevételek előteremtése olyan, mint a libatolltépés, minél több tollra akarunk szert tenni minél kevesebb sziszegéssel." Colbert-nek, a Napkirály pénzügyminiszterének ismert maximáját egyáltalán nem könnyű, bizonyos országokban pedig nem is lehetséges valóra váltani. Ha több országot összehasonlítva vizsgáljuk ezt a problémát, akkor szembetűnik, hogy az adókikerülést a fenti mutatók nem határozzák meg egyértelműen. Ez a fajta potyautas-magatartás nagyban függ attól, amit Akerlof szociális kódnak nevez. Egy szociális kód a társadalomban uralkodó normák és erkölcsök általános állapotát, illetve az egyén saját magának társadalmi szerepvállalásáról kialakított/meglévő elképzelésit jellemzi. (Akerlof [1986]) Az önreflexió kivételesen magas fokán álló művészek olykor képesek lehetnek megfogalmazni, mások számára dekódolni ezt az elvont jelentést. Lássuk, hát milyen zseniális érzékkel írja le Ottlik Géza a sírva vigadó magyarság lelkületét:

„A mohácsi csata négyszázadik évfordulója közeledett éppen. Fura dolognak látszik talán, vereséget megünnepelni, de hát aki a győzelmét ünnepelhette volna itt most, a hatalmas ottomán világbirodalom, már nem volt meg. A tatároknak is nyomuk veszett, sőt időközben, szinte a szemünk láttára, a szívós Habsburg-császárságnak is. Megszoktuk hát, hogy egyedül ünnepelgessük vesztett nagy csatáinkat, melyeket túléltünk. Talán azt is megszoktuk, hogy a vereséget izgalmasabb, sűrűbb anyagból való és fontosabb dolognak tartsuk a győzelemnél - mindenesetre igazabb tulajdonunknak." (Ottlik [2007])

Akerlof hangsúlyozza, hogy az adózási rendszer működésében több modellegyensúly létrejötte is lehetséges, mivel egy adott populáción belül is egész sor szociális kód létezik. Ez különösen fontos az olyan heterogén lakossági csoportokkal jellemezhető országokban, mint például Amerika, vagy Olaszország, de a magyar kisebbségek vonatkozásában is hasonlóan elgondolkodtató lehet. (Akerlof [1986])

Eddigi gondolatainkat, megállapításainkat fogalmazzuk meg végre egy kicsit általánosabban, a játékelmélet absztrakt nyelvén. (Hámori [1998]) Vizsgáljuk meg az adóztató állam és adózó állampolgár rabló-pandúr játékát! Vegyük szemügyre először a gazdasági szereplők együttélési szabályait büntetések kilátásba helyezésével is betartató állam (hatóság), és a neki bizonyos szempontból engedelmeskedni köteles, de kötelezettségei alól mindegyre kibúvni igyekvő állampolgár játszmáját – a klasszikus adójátékot használva illusztrációként.

Képzeljük el a becsületes magatartást kikényszerítő állami akarat érvényesítésére, illetve ennek kikerülésére irányuló játékot két játékossal: P az adófizető polgár, G a bűnüldöző államot képviselő ellenőrző hatóság; és mindkettőjük számára lehetséges két stratégiával: A_1, A_2 és B_1, B_2 sorrendben. A_1-et az adócsalással, A_2-t a korrekt adófizetői magatartással, míg B_1-et az ellenőrzéssel, B_2-őt pedig az ellenőrzés elmaradásával azonosítjuk. Legyen az adóalany (P) jövedelme Y, a csalás értéke ekkor a jövedelem és az univerzálisnak feltételezett adókulcs (átlagadókulcs) szorzataként adódig, értéke tY. A kirótt büntetés arányos az elcsalt adóval, az arányossági tényezőt s jelöli. Mivel s értéke minden esetben pozitív, így ha P csal és rajtakapják, kifizetése alacsonyabb lesz annál, mintha az adót becsületesen befizette volna. Legyen továbbá c a megfigyelés költsége, feltéve, hogy $c < stY$. Ez praktikusan azt jelenti, hogy a kikerülésért járó büntetésnek fedeznie kell a megfigyelés költségét. Ugyancsak joggal feltételezhetjük, hogy $c < tY$, vagyis a fizetendő adó nagyobb, mint a megfigyelés költsége, valamint azt, hogy $1 > t$, azaz a csalás mértéke nem haladhatja meg az egyéni jövedelmet. A következő mátrix összefoglalja a játékot jellemző legfontosabb információkat, azaz a két játékos kifizetéseit – kettejük stratégiáinak különböző együttesei mellett. (Hámori [1998])

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{P/G} & ellen\H{o}riz\ (\boldsymbol{B_1}) & nem\ ellen\H{o}riz\ (\boldsymbol{B_2}) \\ csal\ (\boldsymbol{A_1}) & (1-t)Y - stY;\ tY + stY - c & Y;\ 0 \\ nem\ csal\ (\boldsymbol{A_2}) & (1-t)Y;\ tY - c & (1-t)Y;\ tY \end{pmatrix}$$

2.1 mátrix: Klasszikus adójáték. Forrás: Saját szerkesztés Hámori (1998) alapján.

Feltételezésünkből az alábbi egyenlőtlenségek következnek (Hámori [1998]):

$$Y > (1-t)Y > (1-t)Y - stY,$$
$$tY + stY - c > tY > tY - c > 0.$$

Azt látjuk, hogy a klasszikus adójátéknak nincs domináns egyensúlya, vizsgáljuk hát meg a lehetséges Nash-egyensúlyokat! Feltesszük, hogy mindkét játékos egyszerre tesz lépéseket, és tökéletesen informált. Mivel a tiszta stratégiáknak nincs Nash-egyensúlya, ezért kevert stratégiákat vezetünk be. Kevert stratégia alkalmazásakor az esetleges egymást követő lejátszások során a játékosok nem ragaszkodnak egyetlen „legjobb” stratégiához, hanem – előre meghatározott valószínűségek alapján – látszólag véletlenszerűen választják ki azt a stratégiát, amelyet az adott lejátszásban alkalmaznak, azaz az optimális stratégiahalmaz több

tiszta stratégiából áll. Kevert stratégia mellett – a valószínűségek megfelelő megválasztásával – egyensúlyt találhatunk akkor is, ha tiszta stratégia mellett nincs Nash-egyensúly.
Legyen q annak a valószínűsége, hogy P A_1-et választja (vagyis kikerüli az adóztatást) és p annak a valószínűsége, hogy G B_1-et választja (vagyis az ellenőrzés mellett dönt). Ekkor P és G nyereségei (amelyeket rendre M_p-vel és M_g-vel jelölünk) a következők: (Hámori [1998])

$$M_P = q\big[p\big((1-t)Y - stY\big) + (1-p)Y\big] + (1-q)\big[p\big((1-t)Y\big) + (1-p)\big((1-t)Y\big)\big],$$
$$M_G = p\big(q(tY + stY - c) + (1-q)(tY - c)\big) + (1-p)(1-q)tY.$$

M_p maximalizálása, és a minimax (maximin) döntési elv alkalmazása által adódik a hatósági ellenőrzés optimális mértéke. Amennyiben az adóhivatali ellenőrzés valószínűsége éppen p^*, akkor az adóalany indifferens stratégiájának megválasztását illetően. Ez a példa is remekül szemlélteti, a játékelmélet mondanivalójának lényegét: A játékosok ellenfelük várható reakciójának függvényében hozzák meg döntésüket.

$$Ha\, p < \frac{1}{1+s}, akkor\; q_{opt} = 1,$$
$$ha\, p > \frac{1}{1+s}, akkor\; q_{opt} = 0;$$
$$p^* = \frac{1}{1+s}\; esetén\; közömbös, hogy\; q\; mekkora.$$

Hasonlóan, M_g maximalizálása által megkapjuk az adóalany viselkedésének egyensúlyi jellemzőit.

$$Ha, q > \frac{c}{(1+s)tY}, akkor\; p_{opt} = 1,$$
$$ha, q < \frac{c}{(1+s)tY}, akkor\; p_{opt} = 0;$$
$$q^* = \frac{c}{(1+s)tY}\; esetén\; közömbös, hogy\; q\; mekkora.$$

A kevert Nash-egyensúlyhoz tartozó valószínűségek tehát:

$$q^* = \frac{c}{(1+s)tY},$$
$$p^* = \frac{1}{1+s}.$$

Ilyen értékek mellett egyik félnek sem áll érdekében változtatni stratégiáján. A játék stratégiai természetét q^* és p^* értékeinek alakulása jelzi. Minél nagyobb az ellenőrzés költsége (c), annál nagyobb kikerülési valószínűség (relatív gyakoriság) mellett lesz az állam számára közömbös, hogy milyen stratégiát alkalmaz. Az adóbírság, azaz a büntetés (s) növekedése – ahogy azt vártuk – elriaszt a kikerüléstől és szükségtelenné teszi a megfigyelést. Ezáltal (s) büntetési ráta növelése Pareto-optimális. Más kérdés, hogy az adóbírság minden szinten felüli növelése már méltányossági problémákhoz vezethet. Azt ugyanis még a legszigorúbb adóhivatalnak is látnia kell, hogy az adókikerülés akár önkéntelenül is megtörténhet. Gondoljunk csak a magyar adójogszabályok értelmezésének nehézségeire. Klasszikus adójátékunk további tanulságai a következők: (Hámori [1998])

- Optimális kevert stratégiájának alkalmazásával az adóalany éppen akkora várható nyereménnyel gazdagodik, mintha a kiszabott adót becsületesen befizetné.
- Az adókulcs, azaz t növekedése q csökkenését okozza, ugyanis több adóhoz becsületesebb viselkedés szükséges. Ennek az oka az, hogy ha $q^* > \frac{c}{(1+s)tY}$ akkor a hatóság mindig megfigyel.
- Ugyancsak belátható, hogy $q^* < p^*, és\ 1 - q^* > p^*$. Ezáltal $q^* < \frac{1}{2}$.

Az adócsalók és az adószedők rabló-pandúr játéka évezredek óta zajlik, de úgy tűnik a rablók mindig egy lépéssel a pandúrok előtt járnak. Az adókikerülés egészen katasztrofális méreteket ölt ott, ahol – mint Közép-Kelet-Európában – sem az államot nem érzik a polgárok magukénak, sem az állam nem törődik eléggé polgáraival. Ennek érthető okaira itt fölösleges kitérni. Hiba lenne azonban azt hinni, hogy az adószedés alacsony hatékonysága csupán az átmeneti országok problémája. A legfejlettebb országok is – ha nem is az előbbiekhez fogható mértékben – hasonló problémákkal küszködnek. Mindezen felül az adóztatás az igen drága, nagy súrlódásokkal és tetemes tranzakciós költségekkel működő intézmények egyike. Egy amerikai tanulmány kimutatta, hogy az adóztatással beszedett összegeknek csupán $\frac{1}{3}$-a tekinthető nettó állami bevételnek, a többi mintegy „menetközben” elfolyik, elszivárog. Pontosabban a szisztéma fenntartásának költsége elviszi a begyűjtött adók jelentős részét. Ugyanez a tanulmány megvizsgálta azt is, hogy ha a szegények és a gazdagok közötti jövedelemkülönbségek mérséklése nem adóztatással, hanem önkéntes adományokkal történik, akkor mekkora az átcsoportosítási költség. Nos, mindössze három-négy százalék, tehát csupán huszada az állami adóztatás költségeinek. Ne felejtsük el azonban, hogy sokan még büntetőjogi felelősségük tudatában sem hajlandóak eleget tenni adófizetési kötelezettségüknek. Ezért aztán úgy látjuk, hogy a társadalomban kétségkívül meglévő altruista magatartás önmagában nem jelent garanciát a jövedelmek méltányos elosztására. (Payne [1993])

2.2 Óvatos adójáték

A következőkben az előbb látott klasszikus adójáték két komoly hiányosságát próbáljuk kiküszöbölni. Ezek közül mindjárt az első az adócsalás módjának életidegen megközelítése. Joggal feltételezhetjük, ugyanis hogy az adóalany általában nem titkolja el teljes jövedelmét a hatóság elől, még akkor sem, ha csalásra adja a fejét. Valójában ez a fajta szélsőséges akció jó eséllyel felkelti a hatóság figyelmét. Mivel ez egyetlen potenciális csalónak sem állhat érdekében, ezét egy sokkal valószerűbb feltevést, prekoncepciót fogalmazunk meg. Ezek szerint az adóalany úgy igyekszik kibújni adózási kötelezettsége alól, hogy a ténylegesnél alacsonyabb jövedelmet tüntet fel bevallásában. Az adóalany így kisebb feltűnést keltve eredményesen csökkentheti adóalapját, egyúttal befizetési kötelezettségét. (Cullis – Jones [2004]) Erre a szituációra próbál reflektálni a következő mátrix, mely az óvatos adójáték várható kifizetéseit ábrázolja. A mátrixban D-vel jelöltük az eltitkolt jövedelem adóalapot csökkentő nagyságát.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{P/G} & \boldsymbol{B_1} & \boldsymbol{B_2} \\ \boldsymbol{A_1} & (1-t)Y - stD;\ tY + stD - c & Y - t(Y-D);\ t(Y-D) \\ \boldsymbol{A_2} & (1-t)Y;\ tY - c & (1-t)Y;\ tY \end{pmatrix}$$

2.2 mátrix: Az óvatos adójáték mátrixa. Forrás: Saját szerkesztés.

A klasszikus adójátékhoz hasonlóan játékosaink várható nyereményét az alábbi egyenletek szemléltetik.

$$M_P = q\big[p\big((1-t)Y - stD\big) + (1-p)\big(Y - t(Y-D)\big)\big] + (1-q)(1-t)Y,$$
$$M_G = p[q(tY + stD) + (1-q)tY - c] + (1-p)[qt(Y-D) + (1-q)tY].$$

M_P maximalizálása, és a minimax döntési szabály alkalmazása eredményezi az ellenőrzés egyensúlyi szintjét:

$$p^* = \frac{1}{1+s}.$$

Hasonlóan M_G maximalizálásával adódik a csalás egyensúlyi mértéke:

$$q^* = \frac{c}{(1+s)tD}.$$

Az óvatos adójáték következtetései kvalitatív szempontból megegyeznek a klasszikus adójátékban látottakkal. Egy kvantitatív jellegű változásra azonban érdemes odafigyelnünk: a klasszikus adójátékhoz képest az adóalanyok körében megnőtt a csalás választásának egyensúlyi valószínűsége. E mennyiségi változás – modellünk szerint – a büntetés elrettentő erejének csökkenésére vezethető vissza. Egyrészt csökken a tetten ért adózó adóhátraléka, mivel $t(Y-D)$ adót már befizetett. Másrészt, mivel az adóbírságot az adóhátralék arányában állapítottuk meg, ezért az adóhátralék értékének tY-ról tD-re csökkenése egyben az adóbírság arányos csökkenését eredményezi, ahol az arányossági tényező értéke s.

Ezek után elérkezettnek látjuk az időt, hogy szembenézzünk klasszikus adójáték másik komoly hiányosságával. Mindez idáig úgy fogalmaztunk, hogy egy játék kifizető mátrixa, a játékosok várható kifizetését, várható nyereményét tartalmazza. A közgazdaságtan egyik általánosan elfogadott előfeltevése, mondhatni axiómája szerint azonban az egyén nem a várható nyeremény, sokkal inkább a várható hasznosság kritériuma alapján dönt bizonytalan döntési helyzetben. Az előzőleg vizsgált klasszikus adójáték csupán a kockázattal szemben semleges egyén döntési problémáját írta le viszonylagos pontossággal. Akkor mondhatjuk, hogy valaki kockázatsemleges, ha soha nem tesz különbséget egy kockázatos kilátás és azon biztos jövedelem között, ahol a jövedelem nagysága megegyezik a kockázatos kilátás várható jövedelmével. Egy kockázatsemleges döntéshozó számára tehát a várható hasznosság egyet jelent a várható kifizetéssel. Következésképp a kockázatsemleges egyén akár végtelenül nagy összegeket is hajlandó volna kifizetni egy olyan játékban való részvételért, mely végtelen nyereménnyel kecsegtet. Daniel Bernoulli azonban már majd' háromszáz évvel ezelőtt megállapítja, hogy az emberek túlnyomó többsége másként értékel egy ilyen fajta játékot. Ezt a problémát Szentpétervár-paradoxon néven ismerhette meg a világ Bernoulli 1738-as tanulmányából, mely gyakorlatilag valamennyi mai mikroökonómiai hasznosságfogalom előfutárának tekinthető. (Binmore [2009])

Az úttörő munka egy igen egyszerű játékot ír le. Péter feldob egy érmét, és amennyiben az első alkalommal fejjel felfelé ér földet, akkor fizet Pálnak egy rubelt. Amennyiben csak a második alkalommal lesz fej az eredmény, akkor már két rubelt fizet, míg a harmadszor kijövő fejért négy rubel jár, az n-edikért pedig – ha előtte nem volt még fej – 2^{n-1} rubelt. Addig folytatva a pénzérme feldobását, amíg nem fej az eredmény, annak a valószínűsége, hogy éppen az n-edik alkalom az utolsó: $p_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$. Ezek szerint Pál várható nyeresége: (Binmore [2009])

$$\frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{8} \times 4 + \cdots + \frac{1}{2^n} \times 2^{n-1} + \cdots = \infty$$

Mégis, ha megkérdezik Pált, hogy mennyit hajlandó fizetni azért, hogy a fenti játékban részt vehessen, akkor ő minden alkalommal véges és nem is túlságosan nagy összeget mond. Ennek az oka az, hogy a szubjektíven értékelt várható hasznosság nem egyezik meg a várható nyereménnyel. Bernoulli szerint a vagyon egy dollárral történő folyamatos növelése egyre kevesebb előnyt jelent Pál számára. A hasznosságot U-val, növekményét dU-val, a vagyont X-szel, a vagyon növekményét pedig dX-szel jelölve, Bernoulli a következő összefüggés meglétét feltételezte: $dU = k\frac{dX}{X}$, ahol k egy pozitív konstans. Így a teljes hasznosság: $U = k \cdot ln\left(\frac{X}{C}\right)$, ahol C a létezéshez minimálisan szükséges vagyon nagysága. Bernoulli ezt a formulát használta arra, hogy megbecsülje a játék reális tétjét. A számolás egyszerűsége kedvéért tegyük fel, hogy $U(X) = ln(X)$. Ekkor a várható hasznosság: (Binmore [2009])

$$\frac{1}{2} \times ln1 + \frac{1}{4} \times ln2 + \frac{1}{8} \times ln4 + \cdots + \frac{1}{2^n} \times ln(2^{n-1}) + \cdots$$

Ez a forma egy logaritmus-azonosság segítségével a következő alakra hozható:

$$\frac{ln2}{4}\left(1 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + n\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \cdots\right).$$

Ennek a végtelen sornak az összege már véges, és meghatározható.. Feladatunk egy végtelen geometriai sor összegének kiszámítása. Induljunk ki a geometriai sorra vonatkozó összefüggésből:

$$1 + q + q^2 + \cdots + q^n + \cdots = \frac{1}{1-q}, ha\ |q| < 1.$$

A hatványsorok elméletéből tudjuk, hogy differenciálva mindkét oldalt, újabb érvényes összeg-formulához jutunk, nevezetesen:

$$1 + 2q + 3q^2 + \cdots + nq^{n-1} + \cdots = \frac{1}{(1-q)^2}, ha\ |q| < 1.$$

Ha $q = 1/2$, akkor a sor-összeg 4. Ezt az ismeretet felhasználva, megkapjuk a játékban rejlő várható hasznosságot. (Binmore [2009])

$$\frac{ln2}{4}\left(1 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + n\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \cdots\right) = \frac{ln2}{4} \cdot 4 = ln2$$

A várható hasznosság tehát egy meglehetősen kis véges érték. Ezzel a szentpétervári paradoxon feloldást nyert. Bernoulli elemzése két forradalmi gondolatot tartalmazott. Az egyik szerint az egyén vagyonának fokozatos, azonos összegű növelésével egyre kisebb mértékben javul az illető jóléti helyzete. Ezt az összefüggést ma a csökkenő határhaszon törvénye elnevezéssel illetjük. (Binmore [2009])

A másik gondolat, mely rokon a Neumann-Morgenstern-féle hasznossági függvény alapötletével, arra vonatkozott, hogy bizonytalan vagyoni körülmények között az egyén várható helyzetét nem a várható vagyonhoz tartozó egyéni értékelés, hanem az egyes vagyoni helyzetekhez tartozó egyéni értékelések várható nagysága határozza meg. (Neumann – Morgenstern [2007]) A Bernoulli-elv szerint tehát, ha valaki a kockázatos lehetőségeket tartalmazó halmazból akar választani, akkor az ismert valószínűségű kimenetelekkel rendelkező lehetőségek közül azt kell választania, amelyhez a lehetséges kimeneteleken értelmezett preferenciáinak megfelelő legnagyobb várható érték, azaz legnagyobb hasznosság tartozik. Bernoulli munkája és a benne foglalt felfedezések azonban a közgazdászok számára több mint száz évig ismeretlenek maradtak. Több mint kétszáz elteltével ugyancsak Neumann és Morgenstern mutatta meg, hogy milyen preferencia-tulajdonságok esetén ekvivalens a preferenciarendezés a Bernoulli-féle döntési elvvel. (Binmore [2009])

A Szentpétervár-paradoxon ismertetésével rámutattunk arra a ma már evidenciaként kezelt tényre, miszerint az ember kockázathoz való hozzáállása jellemzően nem közömbös. Az emberek jelentős többsége kockázatkerülő attitűddel bír, azaz egy biztos kimenetelt szigorúan preferál bármiféle olyan kockázatos kilátáshoz (lutrihoz) képest, melynek várható jövedelme megegyezik az adott biztos jövedelemmel. Természetesen mindnyájan sajátos módon értékeljük a kockázatos helyzeteket. A kockázattal szembeni tartózkodásunk nagyon különböző is lehet, mindemellett a közgazdaságtan általánosan elfogadott feltevése szerint a reprezentatív gazdasági szereplő kockázatkerülő. A valós helyzet ennél persze jóval árnyaltabb és bonyolultabb. Vannak egyrészt kockázatsemleges magatartást követő egyének, de még kockázatkedvelők is, akik egy kockázatos kilátást mindig szigorúan preferálnak ahhoz a biztos jövedelemhez képest, ahol a jövedelem nagysága megegyezik a kockázatos kilátás várható jövedelmével. Ezek után a további kevert attitűdök az előző három alaptípus kombinációjaként adódnak.

Mindezek alapján az óvatos adóját kifizető mátrixán a következő 2.3 mátrixban látható transzformációt hajtottuk végre. Ezek szerint a játékosok nem a várható nyeremény, hanem a várható hasznosság kritériuma alapján hozzák meg döntésüket.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{P/G} & \boldsymbol{B_1} & \boldsymbol{B_2} \\ \boldsymbol{A_1} & ln[(1-t)Y - stD]; ln[tY + stD - c] & ln[Y - t(Y-D)]; ln[t(Y-D)] \\ \boldsymbol{A_2} & ln[(1-t)]Y;\ ln[tY - c] & ln[(1-t)Y]; ln[tY] \end{pmatrix}$$

2.3 mátrix: A kifizetések transzformációja hasznossági függvénnyel. Forrás: Saját szerkesztés.

A továbbiakban azonban az egyszerűség érdekében eltekintünk az imént látott transzformációtól. Úgy kezeljük tehát a kifizető-mátrix értékeit, mintha azok már előzetesen transzformálva lettek volna valamilyen hasznossági függvénynek megfelelően. A továbbiakban tehát a hasznosságot és a kifizetést (nyereményt), mint pénzben mért jutalmat szinonimaként tekintjük. Az eddig látottakhoz képest azonban az óvatos adójáték egy újabb tanulsággal is szolgál. Ezek szerint az adókulcs növelése nem eredményezi szükségszerűen az adócsalás mértékének csökkenését. Mivel az adókulcs növelése ellentétes irányú jövedelmi és helyettesítési hatást indukál, ezért a két hatás eredője kizárólag az adóalany hasznossági függvényének ismeretében határozható meg. A kockázati attitűd szerepe tehát meghatározó az adópolitikai intézkedések hatás-tanulmányozásában.

Megállapításunkat alátámasztani, sőt árnyalni látszik a pénzügyi viselkedéstan irodalmában mentális könyvelés (referenciapont probléma) néven ismertté vált fogalom. A pénzügyi viselkedéstan, és a hozzá számos ponton kapcsolódó kilátáselmélet, az egyén kockázati attitűdjének leírásakor a kockázat érzékelésének folyamatára (percepció) koncentrál. Ezek szerint a kockázati attitűdöt befolyásoló olyan tényezőket vizsgálja, melyek a hasznossági függvény számára nem, vagy csak nagyon körülményesen megragadhatók. A mentális könyvelés elmélete szerint külön-külön könyveljük el a különböző bevételeket és kiadásokat, nem pedig azokat összevonva. Ezek szerint külön-külön értékelve majd összevonva más hasznosság-érzetet jelenthetnek számunkra a bevételek/kiadások, mint előbb összeadva és azután értékelve azokat. Íme, egy példa Richard Thalertől, aki főleg a kilátáselméletre építve kidolgozta az úgynevezett viselkedési közgazdaságtan diszciplínáját. (Mérő [2007]) A úr két lottót vásárolt. Az egyikkel nyert tízezer forintot a másikkal ötezret. B úr egy lottót vásárolt és azzal nyert tizenötezer forintot. Vajon kettőjük közül melyikük örül jobban? A megkérdezettek válaszai a következő megoszlást mutatták: A-65%, B-18%, egyformán-17%. De itt van rögtön egy másik példa is, ugyancsak Thalertől. A úr egy nap két levelet is kapott az adóhivataltól. Az egyik szerint tízezer forint adóhátraléka van, a másik szerint pedig be kell fizetnie még ötezer forint helyi adót. B úr egy levelet kapott az adóhivataltól, amely szerint tizenötezer forint adóhátraléka van. Vajon kettejük közül melyikük bosszankodik jobban? Most így oszlottak meg a válaszok: A-75%, B-16%, egyformán-8%. Az arányok nagyon hasonlók az előzőkhöz, holott itt most nem örömről, hanem bosszúságról egy éppen ellentétes előjelű dologról volt szó! A válaszolók többsége minden bizonnyal szabályos mentális könyvelést végzett. A mentális könyvelés alapja ugyanis az, hogy nem a végeredményben rendelkezésre álló összeg számít, hanem a referenciaponthoz képest történő változás. Minden egyes könyvelés után változik ugyanis vonatkozatási rendszerünk. Ezek alapján az emberek általában jobban örülnek a külön-külön felmerülő, ám azonos összegű bevételnek, mintha az egy összegben realizálódna. Ezzel összhangban: az egyén számára nagyobb veszteség-érzetet okoz a különálló tételekben jelentkező kiadás, mint az egyösszegű azonos nagyságú költség. Ismét egy érv tehát az adórendszer egyszerűsítése és egységesítése mellett. A pénzügyi viselkedéstan tehát az objektív racionalitás fogalmának lazítása által igyekszik közelebb kerülni az egyéni döntéshozatal pontosabb leírásához. (Mérő [2007]) Jóllehet a játékelmélet módszertana képtelen az előbbihez hasonló pszichológiai kísérletek eredményeit egytől egyik beilleszteni elemző apparátusába. A teljes információs játék koncepciójával azonban minden további nélkül szakíthatunk. Ezt meg is tesszük, az adóalany információs hátrányát feltételező bayesi adójáték bemutatásakor.

2.3 Bayesi adójáték

Az eddig látott adójátékok egyaránt statikus, teljes információs, nem kooperatív játékok voltak. Mindazonáltal megjegyezzük, hogy a kooperáció lehetőségével, problémakörével ebben a dolgozatban nem foglalkozunk. Már csak azért sem, mert nehéz volna elképzelni bármiféle megállapodást, koalíciót játékosaink között. Nem lenne túl valószerű ugyanis az a feltevés, miszerint az adóhatóság és az adóalany kooperatív döntése által határozódna meg akár a fizetendő adó, akár az adóbírság értéke. Ugyancsak távol áll azonban a valóságtól a klasszikus játékelméletnek az a feltételezése, hogy a játékosok akcióhalmazai és kifizető-függvényei a köztudás részét képezik. Nagyon sok olyan szituáció van, amelyben a játékosok privát információval rendelkeznek, amit a többi játékos nem ismer. Be kell látnunk: Az előző adójátékok csupán a valóság közelítésére, nem pedig annak ábrázolására alkalmazhatók. Ez a megállapítás természetesen a soron következő bayesi adójátékra is vonatkozik, sőt még az ennél jóval összetettebb modellekre is. Ezzel együtt a teljes információs játék feltevésének elhagyásával számottevően javíthatjuk modellünk illeszkedését.

A nem teljes információs vagy más néven bayesi játékok olyan interaktív döntési szituációk modelljei, amelyben a döntéshozók (játékosok) csak részleges információval rendelkeznek a többi játékos rendelkezésére álló akciókról vagy a játék lehetséges kimeneteleire vonatkozó preferenciáikról. Ezek után, a bayesi adójáték bemutatásakor azt feltételezzük, hogy az adóalany bizonytalan a hatósági ellenőrzés költségét illetően. Ahhoz, hogy kezelni tudjuk ezt az aszimmetrikus információjú helyzetet, meg kell ismerünk a Harsányi-transzformáció fogalmát. Ha egy egyszemélyes döntési probléma esetén a döntéshozó nem ismeri a világ lehetséges állapotait, akkor egy vélekedést alakít ki, amely egy a priori valószínűség-eloszlás a lehetséges állapotok halmazán. Interaktív döntési probléma esetén a helyzetet bonyolítja, hogy egy döntés meghozatalakor a többi játékos vélekedésére is tekintettel kell lenni. Ezért minden játékosnak vélekedést kell kialakítani a többi játékos vélekedéséről, sőt vélekedéssel kell rendelkezni a többi játékosnak az ő vélekedésére vonatkozó vélekedéséről is. Ez a gondolatmenet vélekedések végtelen hierarchiájához vezet, amely sokáig kezelhetetlennek tűnt és egyik legfőbb akadálya volt a játékelmélet fejlődésének. Az áttörés Harsányi János érdeme, aki 1967-68-ban elsőként készített modellt nem teljes információs döntési szituációkra. Harsányi ezért a teljesítményéért 1994-ben megosztott közgazdasági Nobel díjat kapott John Nash-sel és Reinhard Seltennel. A Harsányi-féle transzformáció menetét, illetve a bayesi játékok időbeli lefolyását egyaránt a bayesi adójáték példájával szemléltetjük. Ezek szerint a Harsányi-transzformáció lépései a következők: (Rasmusen [2005])

1. A döntési szituációval kapcsolatos minden aszimmetrikus információt fejezzünk ki a kifizető-függvényekre vonatkozó aszimmetrikus információval.
2. az akcióprofilok kifizetéseire vonatkozó aszimmetrikus információt transzformáljuk olyan a valószínűségi változók értékére vonatkozó aszimmetrikus információvá, amelynek valószínűség-eloszlása köztudás.

Ezek szerint az adóalanynak vélekedést kell kialakítania arról, hogy melyik játékot fogják lejátszani. Tegyük fel, hogy az adófizető vélekedése szerint $1/2$ a valószínűsége annak, hogy az adóhatóság kifizetéseit a felső 2.4 mátrix írja le helyesen. Az adózó szempontjából ezt tekinthetjük úgy, hogy a hatóságnak két típusa van, aki az esetek felében alacsony ellenőrzési költséggel („A" típusú hatóság) játszik, míg máskor magas ellenőrzési költséggel kénytelen számolni („M" típusú hatóság). Ezt úgy szokás megfogalmazni, hogy a természet kisorsolja a hatóság típusát és közli az adóhivatallal a sorsolás eredményét. Az ellenőrző hatóság tehát pontosan tudja, hogy melyik a játék igazi kifizető-mátrixa. Alább láthatjuk a bayesi adójáték két lehetséges kifizető mátrixát, a hatóság típusának bizonytalansága mellett. Ezek alapján azt is megállapíthatjuk, hogy a bayesi adójáték, akárcsak az előző adójátékok, véges, statikus játék, melyben a játékosok akcióhalmazai és típushalmazai is véges halmazok. A különbség mindössze abban áll, hogy most a játékosok típushalmazai nem kivétel nélkül egyelemű halmazok. (Vega-Redondo [2003])

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{P/G} & ellenőriz\ (\boldsymbol{B_1}) & nem\ ellenőriz\ (\boldsymbol{B_2}) \\ csal\ (\boldsymbol{A_1}) & -2;\ 4 & 6;\ 2 \\ nem\ csal\ (\boldsymbol{A_2}) & 0;\ 5 & 4;\ 6 \end{pmatrix}$$

2.4 mátrix: Bayesi adójáték alacsony ellenőrzési költséggel. Forrás: Saját szerkesztés Vega-Redondo (2003) alapján.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{P/G} & ellenőriz\ (\boldsymbol{B_1}) & nem\ ellenőriz\ (\boldsymbol{B_2}) \\ csal\ (\boldsymbol{A_1}) & -2;\ 2 & 6;\ 2 \\ nem\ csal\ (\boldsymbol{A_2}) & 0;\ 3 & 4;\ 6 \end{pmatrix}$$

2.5 mátrix: Bayesi adójáték magas ellenőrzési költséggel. Forrás: Saját szerkesztés Vega-Redondo (2003) alapján.

A bayesi adójáték időbeli lefolyása a következőképpen alakul. Először a Természet lép, aminek lépése abból áll, hogy kisorsolja az hatósági ellenőrzés költségét, ez által a hatóság típusát. Ezek után mindkét játékos megtudja a saját típusát, a másik játékosét azonban nem. A

továbbiak a játékosok egyidejűleg – vagy legalábbis anélkül, hogy bármelyik játékos is tudná, hogy mit lépett a másik – választanak egy akciót akcióhalmazukból $(A_1, A_2;\ B_1 B_2)$. Végül a játékosok megkapják kifizetésüket, ami függ saját típusuktól, valamint a másik játékos által választott akciótól. A játék extenzív formájának ábrázolásától ezúttal a eltekinthetünk. Mivel a Harsányi-transzformáció segítségével a nem teljes információs játékot egy teljes, de nem tökéletes információjú játékká alakítottuk át, ezért a statikus játék koncepciója, és az adekvát normál forma alkalmazása nem jár információveszteséggel. (Rasmusen [2005])
Most az előzőkkel ellentétben csak azt vizsgáljuk meg, hogy létezik-e a bayesi adójátéknak tiszta stratégiákból álló egyensúlyi kimenetele. A tiszta stratégiákból álló, un. bayesi Nash-egyensúlyokat úgy kereshetjük meg a legegyszerűbben, hogy felírjuk a bayesi játék normál formáját. Mivel mindkét kifizető-mátrix valószínűsége $1/2$, ezért az alábbi kifizető mátrixot kapjuk. A legjobb válaszok értékeit megjelölve azt kapjuk, hogy az A és a CD stratégiák kölcsönösen legjobb válaszok egymásra, így játék egyetlen tiszta stratégiákból álló bayesi Nash-egyensúlya az (A, CD) stratégiaprofil.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{P/G} & \boldsymbol{B_1B_1} & \boldsymbol{B_1B_2} & \boldsymbol{B_2B_1} & \boldsymbol{B_2B_2} \\ \boldsymbol{A_1} & -2;\ 3 & \mathbf{2;\ 3} & 2;\ 2 & 6;\ 2 \\ \boldsymbol{A_2} & 0;\ 4 & 2;\ 5{,}5 & 2; 4{,}5 & 4; 6 \end{pmatrix}$$

2.6 mátrix: A bayesi adójáték tiszta Nash-egyensúlya. Forrás: Saját szerkesztés Vega-Redondo (2003) alapján.

Az eddig látottakkal ellentétben tehát azt tapasztaljuk, hogy a bayesi adójátéknak létezik tiszta Nash-egyensúlyi kimenetele. Ez pedig abban az esetben alakulhat ki, ha az adóalany minden esetben az adócsalás stratégiáját választja. Ezek után a hatóság csak akkor ellenőrzi a csaló adózót, ha ennek költsége alacsonyabb, mint a tetten ért csaló adóbírságából származó bevétel. Ne felejtsük el, hogy a tiszta Nash-egyensúly létrejötte csak és kizárólag az aszimmetrikus információs helyzet – amúgy nagyon is valószerű – feltevéséből adódott. Az adóalany választását illetően tehát teljesen irreleváns, hogy az ellenőrző hatóság valójában milyen ellenőrzési költséggel számol. A szituáció kimenetelét kizárólag az befolyásolja, hogy az adóalany számára hogyan fogalmazódik meg a hatósági ellenőrzés folyamata, mechanizmusa. Láttuk, hogy amennyiben ismeri a hatóság preferenciáit, és annak döntését befolyásoló minden egyes tényező értékét, akkor legjobb, ha valódi kevert stratégiát játszik. Ezzel szemben, ha bizonytalan a saját maga ellenőrzéséből a hatóság számára adódó hasznosságot illetően, akkor már a $csal(A_1)$ tiszta stratégia alkalmazása kifizetődőbb számára. Gondoljunk bele, valójában mennyire életszerű a bayesi adójáték koncepciója!

Sokszor magunk is úgy érezzük, hogy az adóhatóságnak nem állhat érdekében olyan kisjövedelmű adózók felügyelete, akik ráadásul valamilyen nehezen ellenőrizhető ágazatban (mezőgazdaság) tevékenykednek. Ilyenkor az esetlegesen felmerülő adóbírságnak az adóalany által vélelmezett értéke akár kisebb is lehet az ellenőrzés vélt költségénél. Úgyis vannak nála lényegesen nagyobb jövedelemmel rendelkező adóalanyok, a hatóság pedig valószínűleg inkább azok felügyeletében érdekelt. Ezek szerint az adóhatóság nem egy kitüntetett adózó ellen játszik, hanem az adóalanyok nagyszámú közössége (populációja) ellen. Ez az észrevétel azonban már a kétszereplős játék koncepciójának, egyszersmind a hatósági ellenőrzés mechanizmusának újragondolására késztet bennünket.

2.4 A gazdagok adójátéka

Az óvatos adójáték modellje arra az észrevételünkre próbált reflektálni, hogy az adókötelezettség kikerülése rendszerint különféle adóalap-csökkentő technikák alkalmazásával valósul meg. Az adócsalás ez által többnyire a befizetési kötelezettség csökkentését, nem pedig annak első adójátékunkban látott teljes elmaradást jelenti. Utolsó adójátékunkban most a hatósági ellenőrzés folyamatára koncentrálunk. Valószerűtlen ugyanis az a hallgatólagos feltételezés, miszerint a hatósági ellenőrzés minden esetben a csalás tettenérést eredményezi. A valóságban a hatóság nem egy játékos ellen játszik, hanem az adóalanyok teljes populációjával szemben. Milyen hatással van ez a megfontolás az ellenőrzés folyamatára, módszerére? Az által, hogy szakítunk a kétszereplős játék koncepciójával, egyúttal belátjuk, hogy az ellenőrző hatóság nem ismerheti személy szerint az összes adófizetőt. Valójában az adóhatóság néhány kivételes esettől eltekintve nem adóalanyok, sokkal inkább adóbevallások „ellen" játszik. Akkor dönt az adózó ellenőrzése mellett, ha az korábbi bevallásaihoz képest jelentős módosításokat hajt végre aktuális adóbevallásában. Ilyen, az adóhatóság figyelmét felkeltő jelentősebb módosítás lehet például az áfa-fizetési pozíció megváltozása (előbb nettó befizető, majd nettó visszaigénylő), vagy a jövedelmi helyzet drasztikus, váratlan megváltozása. Ezek azok a helyzetek, amikor a hatóság rendszerint az ellenőrzés mellett dönt. Amennyiben gyanúja beigazolódik, tehát megállapítható válik az adókikerülés, akkor a korábbiakban látott módon adóbírság kiszabására kerül sor. Az is előfordulhat azonban, hogy az ellenőrzés fölöslegesnek bizonyul, amennyiben az adózó bevallásában igazolhatóan valós adatokra támaszkodik. Próbáljuk meg elképzelni milyen következményekkel jár mindez óvatos adójátékunkra nézve. Tegyük fel, hogy két adózó bevallásában egyaránt $Y - D = L$ nagyságú jövedelmet tüntet fel, ami nyomban felkelti a hatóság érdeklődést. Az ellenőrzés érdekes eredménnyel zárul: Az egyik esetben egy Y jövedelemmel rendelkező csaló büntetésével, a másik esetben viszont egy ténylegesen L nagyságú jövedelemmel rendelkező adózó korrekt adófizetői magatartásának megállapításával. Ezek szerint az óvatos adójáték nem veszi figyelembe azt a tényt, hogy az $Y - D$ adóalap-érték bizonyos esetekben tisztességtelen magatartással párosul, máskor viszont tényleges értéket tükröz. Ez a fontos megállapítás az adóhatóság stratégiájának újragondolását igényli, amit meg is teszünk utolsó klasszikus játékelméleti modellünk megalkotásakor. Lássuk, hát a gazdagok adójátékát!

A gazdagok adójátékában az adófizetők populációját, azaz a társadalmat három csoportra osztjuk. Megkülönböztetjük az adómentes minimálbérből élők csoportját, akiknek éves jövedelme kisebb, mint L. A következő csoportot azok alkotják, akiknek éves jövedelme éppen L nagyságú. A harmadik kategóriát a gazdag adóalanyok csoportja alkotja, akik éves szinten H összegű jövedelemmel rendelkeznek. Modellünkben tehát a diszkrét jövedelem-eloszlás feltevésével élünk. Feltesszük továbbá, hogy amennyiben valaki L-nél alacsonyabb összegű jövedelmet tüntet fel bevallásában, az automatikusan ellenőrzés alá kerül. Ez tulajdonképpen egyet jelent azzal, hogy az alacsony jövedelműek sosem választják az adócsalás stratégiáját. Számukra ugyanis, feltevéseink szerint értelmetlen volna L-nél alacsonyabb jövedelmet bevallani. Ugyanez vonatkozik az adómentes minimálbérből élők csoportjára is. Ezért aztán figyelmünket, a hatósággal egyetemben, a gazdag adófizetők csoportjára összpontosítjuk. Megjegyezzük még, hogy azok az adózók, akik morális értékítéletüknél fogva eleve nem éreznek késztetést adójuk elcsalására, nem képezik elemzésünk tárgyát. (Lipatov [2003])

A modell időbeli lefolyása a következő: Először a természet lép, aki minden adóköteles jövedelemből élő adóalanyhoz hozzárendel egy jövedelmi szintet: magas jövedelmet (H) γ valószínűséggel, vagy alacsony jövedelmet (L) $1-\gamma$ valószínűséggel. Ezek után a következik adózó, aki elkészíti jövedelembevallását, melyben vagy L, vagy H jövedelmet tüntet fel. Ekkor a H jövedelemmel rendelkező játékosok egyben stratégiai döntést is hoznak. Végül az adóhatóságon a sor, aki dönthet az ellenőrzés, illetve annak elmaradása mellett. (Lipatov [2003])

Mivel a hatóság L jövedelemszint alatt az összes adóbevallást ellenőrzi, ezért az adóhivatal stratégiai választása az L és H jövedelmet tükröző bevallásokra korlátozódik A gazdagok adójátéka tehát valójában a magas jövedelemmel rendelkező adóalanyok és az adóhatóság konfliktusát modellezi. A hatóság döntését most az nehezíti meg, hogy nem tudja, vajon egy L

éves jövedelmet feltételező adóbevallás milyen adófizetői magatartással azonosítható: Készíthette akár egy gazdag adóalany, aki a csalás stratégiáját választotta, akár egy alacsony jövedelmű becsületes adófizető. A játék stratégia természetét az alábbi mátrix szemlélteti.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{P/G} & \boldsymbol{B_1} & \boldsymbol{B_2} \\ \boldsymbol{A_1} & (1-t)H - st(H-L);\ tH + st(H-L) - c & H - tL;\ tL \\ \boldsymbol{A_2} & (1-t)H;\ tH - c & (1-t)H;\ tH \end{pmatrix}$$

2.7 mátrix: A gazdagok adójátéka. Forrás: Lipatov (2003) p. 5

Az eddigiekhez hasonlóan t a jövedelem adókulcsa, s az elcsalt adót terhelő bírságot meghatározó arányossági tényező, c pedig az ellenőrzés költsége. Ezek a változók modellünk szempontjából exogén konstans tényezők, értékük pedig a köztudás részét képezik. Ezek után a játékosok maximalizálják várható nyereményüket (hasznosságukat). A szokásos jelöléseket használva a két játékos várható kifizetését az alábbi egyenletek mutatják. (Lipatov [2003])

$$M_P = q\big[p\big((1-t)H - st(H-L)\big) + (1-p)(H-tL)\big] + (1-q)(1-t)H$$

$$M_G = p\left(\frac{q\gamma}{q\gamma + 1 - \gamma}\big(tH + st(H-L)\big) + \frac{1-\gamma}{q\gamma + 1 - \gamma}tL - c\right) + (1-p)tL$$

M_P maximalizálása, és a minimax döntési szabály alkalmazása eredményezi az ellenőrzés egyensúlyi szintjét: (Lipatov [2003])

$$p^* = \frac{1}{1+s}.$$

Hasonlóan M_G maximalizálásával adódik a csalás egyensúlyi mértéke:

$$q^* = \frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{c}{t(1+s)(H-L) - c}.$$

Láthatjuk, hogy a hatóság kifizetését leíró egyenlet jelentősen megváltozott az előzőekhez képest. Egyrészt a modell logikájából adódóan a hatóság kizárólag az L jövedelmet feltüntető bevallásokra koncentrál. Belátható, hogy modellünk feltevései mellett a magas jövedelmet ábrázoló bevallások ellenőrzése felesleges volna. Az adóhatóság várható kifizetését mutató egyenletben ezért nem is tüntettük fel a magas jövedelmet bevalló adófizetőktől származó várható kifizetést. (Lipatov [2003])

Másrészt, amennyiben az adóhivatal az ellenőrzés stratégiája mellett dönt, akkor egy magas jövedelmű adócsaló leleplezésének esélye csupán $\frac{q\gamma}{q\gamma+1-\gamma}$. A tört számlálójában a magas jövedelmű csalók társadalmon belüli arányát (számát), nevezőjében pedig az összes L nagyságú valós jövedelmet feltételező adóbevallás arányát (számát) láthatjuk. Ezek a megfontolások, átalakítások hozzásegítettek minket ahhoz, hogy szakítva kétszereplős játék koncepciójával, mégis egyszerű bimátrix formában vizsgálhassuk a gazdagok adójátékát.
Imént látott modellünk egyben lehetővé teszi számunkra a progresszív adó hatásvizsgálatát. A progresszív adó az adók olyan fajtáját jelenti, amelynél az átlagadókulcs, tehát a fizetendő adó és az adóalap hányadosa nő az adóalap emelkedésével. Az eddigi adójátékokban azt láttuk, hogy a csalók egyetlen motivációját az adóalap teljes, illetve részleges csökkentése jelentette. Ezek szerint a progresszív adó alkalmazása önmagában is növeli a késztetést az adófizetési kötelezettség kikerülésére. Progresszív adó mellett ugyanis az alacsonyabb adóalap alacsonyabb átlagadókulccsal társul, azaz arányaiban is kevesebb fizetési kötelezettséggel jár. Első látásra tehát az adócsalás mértékének növekedésével számolunk. Ezek után progresszív jövedelemadó bevezetésének hatásait vizsgáljuk a gazdagok adójátékában. A gazdagok adójátékának módosított kifizető mátrixát az alábbiakban láthatjuk.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{P/G} & \boldsymbol{B_1} & \boldsymbol{B_2} \\ \boldsymbol{A_1} & (1-t_2)H - st_1(H-L);\ t_2H + st_1(H-L) - c & H - t_1L;\ t_1L \\ \boldsymbol{A_2} & (1-t_2)H;\ t_2H - c & (1-t_2)H;\ t_2H \end{pmatrix}$$

2.8 mátrix: Progresszív adó a gazdagok adójátékában. Forrás: Saját szerkesztés Lipatov (2003) alapján.

Az előzőkhöz hasonlóan az alábbi egyenletek mutatják játékosaink várható kifizetését, figyelembe véve, hogy a hatóság tevékenysége ismét csak az alacsony jövedelmet feltüntető bevallások ellenőrzésére összpontosul.

$$M_P = q\big[p\big((1-t_2)H - st_1(H-L)\big) + (1-p)(H - t_1L)\big] + (1-q)(1-t_2)H$$

$$M_G = p\left(\frac{q\gamma}{q\gamma+1-\gamma}\big(t_2H + st_1(H-L)\big) + \frac{1-\gamma}{q\gamma+1-\gamma}t_1L - c\right) + (1-p)t_1L$$

M_P maximalizálása a minimax döntési szabály alkalmazásával:

$$p^* = \frac{t_1L - t_2H}{(1+s)t_1L - H(st_1+t_2)}$$

M_G maximalizálása a minimax elv szerint:

$$q^* = \frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{c}{H(st_1 + t_2) - L(st_1 + t_1)}$$

Progresszív jövedelemadózás esetén konceptuális problémát jelenthet még az adóbírság mértékének helyes megállapítása. Mi ez esetben a büntetés mértékének arányosságát feltételezzük. Ennél fogva az adóbírság alapjául $t_1(H - L)$ adóhátralék szolgál.

AZ EVOLÚCIÓS JÁTÉKELMÉLET MEGKÖZELÍTÉSE

„Ha mozog, adóztasd meg! Ha még mindig mozog szabályozd!
Ha már nem mozog, támogasd!”
/Ronald Reagan/

3.1 Az evolúciós adójáték általános formája

Az eddig látott adójátékok egytől egyig a klasszikus játékelmélet tárgyköréhez tartoztak. Azt vizsgálták, hogy racionális játékosok esetén mi lesz a játék egyensúlyi kimenetele. Másképpen: mit kell tenniük az objektív racionalitás képességével felvértezett játékosoknak ahhoz, hogy maximalizálni tudják hasznosságukat. Kérdésfelvetésünk tehát ez idáig jellemzően normatív jellegű volt. Ebben a fejezetben az evolúciós játékelmélet elemzési módszerével elsősorban az egyensúly kialakulásának folyamatát igyekszünk leírni. Szakítunk a klasszikus játékelmélet racionalitás-feltevésével. Igyekszünk modellünk megalkotása során figyelembe venni, hogy a játékosok viselkedésére (döntésére) öröklött génjeik, nevelésük illetve mások cselekedetei is hatással vannak. Az eddig látott adójátékokban két racionális, haszonmaximalizáló játékos magatartását vizsgáltuk, akik egyidejűleg keresték a legjobb választ ellenfelük várható akciójára. Ez alapján azt mondhatjuk tehát, hogy az evolúciós adójátékban a legjobb válasz dinamika replikátorra cserélésével igyekszünk lazítani az objektív racionalitás klasszikus játékelméleti kritériumán. (Izquierdo et al.) Ezáltal valamilyen mértékben arra a felismerése is reflektálni tudunk, hogy játékosaink gyakran nehézségekkel küzdenek a több lépcsős optimalizálás során. Számos példával szemléltethető, hogy az egyének néhány lépés helyes megtétele után ideje korán elakadnak a dominált stratégiák eliminációjában. (Smith [1982])

Mindezek után lássuk hát az evolúciós adójátékot! Az evolúciós adójáték olyan kétpopulációs játék, melyet végtelen időhorizonton értelmezünk. A játék az adózási szituáció jellegéből adódóan rendszerint aszimmetrikus szerkezetű. A kifizető mátrix konkretizálásával azonban még egy ideig nem foglalkozunk. Egyelőre elég, ha megjegyezzük: számos aszimmetrikus konfiguráció szolgálhat az adózás problémájának absztrakt leírására. Modellünk a következő feltevésekre épül: Két nagy egyedszámú populáció játékosai véletlenszerűen páronként találkoznak, és mindketten két tiszta stratégiával rendelkeznek. Az adóalany lehet becsületes (nem csal), vagy csaló, míg az adóhatóság (ellenőr) vagy ellenőrzi az adózót, vagy sem. Az adóhatóságot a játék során ugyancsak önálló populációnak tekintjük, azaz sok-sok adóellenőr játssza a játékot az adóalanyok populációjával szemben. A későbbiekben figyelembe vesszük a kevert stratégiákat, amik az egyes populációk állapotát, összetételét tükrözik. Jelölje q a minden esetben csalással próbálkozó adóalanyok populáción (társadalmon) belüli arányát, p pedig adóhivatalnokok azon hányadát, mely minden esetben az adózó ellenőrizése mellett dönt. Ezek után értelemszerűen adódik az alábbi két egyenlőtlenség: (Nerré [2004])

$$0 \leq q \leq 1,$$
$$0 \leq p \leq 1.$$

A két különböző állapotú populáció interakciója révén minden egyes adókultúrát képesek vagyunk modellezni. Az evolúciós megközelítés alkalmazásával egyúttal lehetőségünk adódik megválaszolni az adópolitika egyik kulcsfontosságú kérdését: Vajon az idő múlásával hogyan változik majd egy adott ország/régió/populáció uralkodó magatartási formája, adókultúrája? Bizonyos adópolitikai intézkedések hatása, illetve azok megítélése nagymértékben függ ugyanis a vizsgálat választott időhorizontjától. Bizonyos esetekben, ha rövidtávon nem is figyelhető meg javulás, attól még hosszútávon mégiscsak érezhetővé válhat néhány pozitív hatás. Természetesen szép számmal vannak olyan intézkedések is, melyek mind rövid- mind hosszútávon eredménytelennek mutatkoznak.

Nem hagyhatjuk továbbá figyelmen kívül azt a fontos megállapítást sem, miszerint sok esetben adott intézkedés helyes, illetve hibás volta az adórendszer mindenkori állapotától függ. Ez a felismerés valójában a dinamikus rendszerszemléletből következik. Ezek szerint egy adópolitikai intézkedés minőségét leginkább az határozza meg, hogy milyen állapotú adórendszerben kívánjuk azt végrehajtani. Például a lineáris jövedelemadózás bevezetése különböző morális/gazdasági állapotú társadalmakban akár nagyon eltérő eredményekre is vezethet. Ezúttal tehát szem előtt kell tartanunk, hogy az evolúciós adójáték tanulságainak levonásakor figyelembe kell vennünk az időtáv és a referenciapont helyes (a populáció kezdeti állapota) megválasztásából adódó problémákat. Az evolúciós adójátékban tehát az adórendszert, mint dinamikus rendszert álltjuk elemzésünk fókuszába. Ezek szerint az adórendszer olyan társadalmi konstrukció, mely adott kezdeti állapothoz és időponthoz egy új állapotot rendel, annak figyelembe vételével, hogy bármely időponthoz tartozó állapot egyben kezdeti állapot is lehet. Az időpontok és állapotok közötti összefüggést pedig esetünkben a replikátor dinamika közönséges differenciálegyenlet-rendszere adja meg. Ezek után különös figyelmet szentelünk majd a rendszer egyensúlyi kimenetelének jellemzésére: elemzésünk során kitérünk majd az egyensúlyi helyzet egzisztenciájának, unicitásásnak (egyértelműségének) és stabilitásának vizsgálatára. Az evolúciós adójáték szóhasználatával élve: Megvizsgáljuk, hogyan változik az idő folyamán a becsületes adóalanyok, illetve az ellenőrzés mellett döntő revizorok társadalmon belüli aránya. Lássuk, hát az evolúciós adójáték általános kifizető mátrixát! (Nerré [2004])

$$\begin{pmatrix} Adóalany\ (\boldsymbol{P})/Adóhatóság\ (\boldsymbol{G}) & ellenőriz\ (\boldsymbol{B_1}) & nem\ ellenőriz\ (\boldsymbol{B_2}) \\ csal\ (\boldsymbol{A_1}) & a, \alpha & b, \gamma \\ nem\ csal\ (\boldsymbol{A_2}) & c, \beta & d, \delta \end{pmatrix}$$

3.1 mátrix: Az evolúciós adójáték általános formája. Forrás: Saját szerkesztés Nerré (2004) alapján.

Az eddig látott analógiát követve határozzuk meg először játékosaink várható nyereményét (hasznosságát). Egy minden esetben az adócsalás stratégiáját választó adóalany várható kifizetése a mátrix alapján a következő:

$$\mathrm{M_P^{q=1}} = ap + (1-p)b = (a-b)p + b.$$

Az adóját mindenkor becsületesen befizető adózó pedig az alábbi várható kifizetéssel gazdagodik:

$$\mathrm{M_P^{q=0}} = cp + (1-p)d = (c-d)p + d.$$

A minden esetben az ellenőrzés stratégiáját alkalmazó, illetve elutasító adóellenőr várható kifizetése ezek után:

$$\mathrm{M_G^{p=1}} = \alpha q + \beta\,(1-q) = (\alpha-\beta)q + \beta,$$
$$\mathrm{M_G^{p=0}} = \mathrm{\gamma q + \delta(1-q) = (\gamma-\delta)q + \delta}.$$

A két populáció átlagos kifizetése az előbbiek alapján adódik:

$$\mathrm{M_P} = q[(a-b)p + b] + (1-q)[(c-d)p + d],$$
$$\mathrm{M_G} = p[(\alpha-\beta)q + \beta] + (1-p)[(\gamma-\delta)q + \delta].$$

3.2 A replikátor dinamika stacionárius pontjai

Mindenekelőtt arra vagyunk kíváncsiak, hogyan változik az egyes stratégiák népszerűsége a populációkon belül. Ebből is látjuk, hogy az evolúciós játékelmélet sokkal inkább az egyes stratégiákra koncentrál, mintsem a játékosokra. Jelölje $\dot{p}$ és $\dot{q}$ p, illetve q idő (t) szerint vett első deriváltját. A továbbiakban a replikátor dinamika segítségével az adócsalás, mint adófizetői viselkedésforma populáción belüli terjedését vizsgáljuk. (Nerré [2004])

$$\dot{q} = q\left(M_P^{q=1} - M_P\right)$$

$$\dot{q} = q(1-q)[(1-p)(b-d) + p(a-c)]$$

A második differenciálegyenlet jobb oldalán négy, definíció szerint pozitív kifejezés áll: $q > 0,\ (1-q) > 0,\ (1-p) > 0,$ valamint $p > 0.$ Az adócsalók arányának társadalmon belüli alakulása így a $(b-d)$, valamint a $(a-c)$ tényezők előjelétől függ. A $(b-d)$ kifejezés az adócsalás bármilyen alacsony értéke mellet is feltehetően pozitív előjelű. Az ellenőrzés hiányában a csalás stratégiáját választó adóalany várhatóan nagyobb kifizetéssel (hasznossággal) gazdagodik, mint az adófizetési kötelezettségét ellenőrzés hiányában is becsületesen bevalló és befizető játékos. Vélhetően tehát teljesül $b > d$ reláció.

Az $(a-c)$ tag viszont az adóbírság bármilyen alacsony értéke mellet is egyértelműen negatív előjelű. Ugyanis a fizetendő adóbírság miatt egy csaláson ért adóalany kifizetése kisebb, mint egy ellenőrzésnek alávetett becsületes adófizetőé. Egy populáció meghatározó adómorálja tehát a $(b-d)$ és $(a-c)$ kifejezések relatív értékeitől függ. Amennyiben az első pozitív tényező értéke csökken – például azért, mert a csalás stratégia alkalmazása önmagában is kognitív disszonanciát, nyugtalanságot válthat ki –, akkor a becsületes magatartás meghatározóbbá, sőt akár uralkodóvá is válhat az adózók körében.

A replikátor dinamika ismételt alkalmazásával megkapjuk az adózót minden esetben ellenőrző hatósági magatartás populáción belüli arányának változását: (Nerré [2004])

$$\dot{p} = p\left(\mathrm{M}_{\mathrm{G}}^{\mathrm{p}=1} - \mathrm{M}_{\mathrm{G}}\right)$$

$$\dot{p} = p(1-p)[(1-q)(\beta-\delta) + q(\alpha-\gamma)]$$

A második differenciálegyenlet jobb oldalán álló kifejezés négy tagja ismételten definíció szerint pozitív, nevezetesen $p > 0,\ (1-p) > 0,\ (1-q) > 0$ és $q > 0.$ Az ellenőrzést választó adóhivatalnokok részarányának változása így $(\beta-\delta)$ és $(\alpha-\gamma)$ tagok előjelétől függ. A $(\beta-\delta)$ kifizetés-különbség azt a hasznosságbeli eltérést reprezentálja, ami egy becsületes adóalany ellenőrzéséből, illetve a vele szembeni ellenőrzés elmulasztásából ered. Annak ellenére, hogy a hatósági ellenőrzés költsége nagyon változó lehet (lásd: bayesi adójáték), ésszerűnek tűnik $\delta > \beta$ reláció feltételezése, az ellenőrzés költségének bármilyen alacsony pozitív értéke mellett. Felmerülhet a kérdés: Vajon egy ellenőr számára nem nyilvánvaló, hogy a becsületes adózó ellenőrzése fölösleges? Idézzük fel, hogy az evolúciós játékelmélet koncepciójának megfelelően a játékosokat két nagy létszámú populációból véletlenszerűen választjuk ki. A populációk egyedszámára vonatkozó feltevésünk azzal a következménnyel jár, hogy elhanyagolhatóan kicsi annak az esélye, hogy két véletlenszerűen kiválasztott játékos többször is egymásra találjon adott játék folyamán. Azt is mondhatnánk, hogy eltekintünk az ismételt játék lehetőségétől. Ha eltekintünk az egyes populációkon belüli információáramlás lehetőségétől, akkor egyúttal elfogadjuk, hogy az ellenőrök döntésük meghozatalakor nem tudnak az adóalany korábbi magatartására vonatkozó információkra támaszkodni. Ezek után a másik releváns tényező az $(\alpha - \gamma)$ nyeremény-különbség azt a hasznosságbeli eltérést reprezentálja, ami egy csaló adóalany elleni játék során felmerül. Ekkor az ellenőrnek ugyancsak két választása adódik: vagy az ellenőrzést választja, vagy lemond egy adócsaló ellenőrzéséről. Ez esetben az adóbírság értékének bármilyen alacsony pozitív értéke mellett $\alpha > \gamma$ valószínűsíthető. Az ellenőrök populációjának meghatározó viselkedése tehát a $(\beta - \delta)$ és $(\alpha - \gamma)$ kifejezések viszonylagos értékeitől függ. Amennyiben az első negatív tényező értéke tovább csökken – például az ellenőrzés költségének további növekedési miatt –, akkor az ellenőrzés stratégiáját választó revizorok társadalmon belüli aránya ugyancsak csökkeni fog.

Dinamikus rendszerünk stacionárius pontjai azok a pontok, melyek mellett $\dot{q}$ és $\dot{p}$ értéke 0, tehát sem q sem p értéke nem változik az idő múlásával. Másképpen: Azokat az állapotokat, amelyekből a rendszer nem mozdul, ki stacionárius pontoknak nevezzük. Ezekre az állapotokra szokásos a fixpont vagy egyensúlypont elnevezés is. Mivel $\boldsymbol{x}(t)$akkor nem változik, ha $\dot{x_i}(t)$ teljesül minden i-re, ezért egy pont akkor stacionárius pont, ha $x_i(e_i\boldsymbol{Ax} - \boldsymbol{xAx}) = 0$ minden i-re. Az evolúciós adójáték stacionárius pontjainak felkutatásához elengedhetetlennek látszik az egyes stratégiákhoz tartozó kifizetések viszonyrendszerének kijelölése. Számunkra kézenfekvő módon, a klasszikus adójáték preferenciarendezésére támaszkodunk. A klasszikus adójáték vizsgálatakor már beláttuk, hogy a kifizető mátrix elemei között az alábbi relációk teljesülnek. Megjegyezzük, hogy ez a preferenciarendezés teljesen ekvivalens az óvatos adójátékban és a gazdagok adójátékban látott rendezéssel. (Vega-Redondo [2003])

$$Y > (1-t)Y > (1-t)Y - stY,$$
$$tY + stY - c > tY > tY - c > 0.$$

Az evolúciós adójáték esetében ez a kifizetések alábbi relációját eredményezi.

$$b > c = d > a,$$
$$\alpha > \delta > \beta > \gamma.$$

Belátható az is, hogy a fenti preferenciarendezés összhangban áll a replikátor dinamika vizsgálatakor tett megállapításainkkal. Ezek alapján az evolúciós adójáték stacionárius pontjainak halmaza: (Cressman [2003])

$$\left\{\left(\frac{\delta-\beta}{\alpha-\gamma+\delta-\beta}, \frac{d-b}{a-c+d-b}\right); (0,0); (1,1); (1,0); (0,1)\right\}.$$

Az első egyensúlypontot belső egyensúlypontnak nevezzük, mert mindkét populáció vegyes összetétele mellett alakulhat ki. Belső egyensúly fennállásakor egyik populáció sem köteleződik el valamelyik tiszta stratégiája mellett. A fent látható belső egyensúlypont az un. neutrális stabilitási tulajdonságával rendelkezik. A neutrális stabilitás jellemzésével bővebben foglalkozunk még az evolúciós játékok dinamikus tulajdonságait vizsgáló 3.3 fejezetben.
A következő két fixpont látványa nem meglepő számunkra, hiszen bármely egységvektor esetén nullává válik az előzőkben meghatározott replikátor egyenletek jobb oldala. Igazolható, hogy ezek a monomorf állapotok mindenkor a stacionárius pontok halmazának részét képezik. Az utolsó két stacionárius pont stabilitási tulajdonságait tekintve különbözik az eddigiektől. Azt mondhatjuk, hogy az $(1,0)$ és a $(0,1)$ pontok aszimptotikusan stabil stacionárius pontjai a replikátor dinamikának. Az aszimptotikus stabilitás feltétele azt követeli meg, hogy ha egy út a stacionárius ponthoz elég közel kezdődik, akkor az út a stacionárius ponthoz konvergáljon. Formálisan: Az $\boldsymbol{x}^*$ aszimptotikusan stabil stacionárius pont, ha $\boldsymbol{x}^*$ stabil stacionárius pont és $\boldsymbol{x}^*$-nak van olyan U környezete, hogy minden $\boldsymbol{x}(0) \in U$ esetén $\boldsymbol{x}(t) \to \boldsymbol{x}^*$, ha $t \to \infty$. Bizonyítható, hogy míg a stacionárius pont fogalma a Nash-egyensúly fogalmának lazítását, addig az aszimptotikus stabilitás fogalma annak finomítását jelenti. (Vega-Redondo [2003])
Az utolsó két fixpont tehát rendelkezik az aszimptotikus stabilitás (Ljapunov-stabilitás) tulajdonságával. Az $(1,0)$, mint aszimptotikusan stabil egyensúlypont látványa aggasztó lehet, főleg azért, mert igencsak valószerű jelentéssel bír. A $(1,0)$ fixpont azt mutatja meg, hogy amennyiben a becsületes adófizetők aránya zéró (vagy ahhoz nagyon közeli érték), úgy nagyon kevés esély mutatkozik az engedelmesség növelésére. Egy aszimptotikus, de nem

evolúciósan stabil pontból természetesen külső beavatkozások, ha úgy tetszik mutáns stratégiák bevetése a csalók ellen, kimozdíthatják a rendszert, azonban a külső segítség (ami pl. szaktanácsadás formájában képzelhető el) költséges, adaptálhatósága kérdéses.

Az evolúciós adójáték modellje tehát lényegesen többet mond az előzőeknél. Rámutat arra, hogy egy adórendszer dinamikus viselkedése nagyban függ attól, hogy milyen annak kiindulási helyzete. Ezáltal képes megválaszolni, azt hogy az átmeneti, poszt-szocialista országokban miért olyan nehézkes egy fenntartható és hatékony adórendszer kiépítése, fenntartása. Hazánkban például csak a gazdasági rendszerváltás előtti években kezdődött meg a modern adózási rendszer kiépítése, azaz a jövedelemadó és a társasági nyereségadó bevezetése. Ezért aztán az 1987-88. évi adóreformok végrehajtása előtt vélhetően az adóhatósági működés sem hasonlított annak mai formájára. A kezdeti állapot tehát valahol az $(1, 0)$ aszimptotikus pont közelében lehetett. A rendszerváltás hajnalán kiterjedt méretű feketegazdaság, potyautas-magatartás, korrupció, megvesztegethető ellenőrök, pozícióvédő alkufolyamatok jellemezték az átmeneti országok társadalmi-kulturális állapotát. Ezek után a külföldi berendezkedés átvétele súrlódással jár, társadalmi ellenállásba ütközik. Ennek legfőbb oka, hogy sem a polgárok nem érzik magukénak az államot, sem az állam nem törődik eléggé polgáraival. Bár egy átlátható és egyszerű szabályozás sokat javíthatna a helyzeten, az elsődleges feladat mégis a hiteles, gondoskodó állam képének kialakítása. (Cowell [1990]) Máskülönben a preferenciákat tükröző kifizetések viszonya változatlan marad, és a becsületes adózók száma nem növekszik számottevően. Márpedig egy modern adórendszer működése akkor tekinthető hatékonynak, ha a hatóság visszafogott működése mellett a becsületes adófizetés gyakorlata meghatározó. Ekkor az állam és az adóhatóság közt a valóságban felmerülő megbízó-ügynök problémát még csak meg sem említettük. Vegyük észre, hogy dolgozatunkban az adóhatóságot és az államot (adópolitikát) azonos entitásként kezeljük, ami ugyancsak a valóság vitatható leegyszerűsítését jelenti. (Nerré [2004])

Az előzőek alapján azt is megállapíthatjuk, hogy az evolúciós adójáték, a játékosok előbbi preferenciarendezést adottnak véve nem rendelkezik evolúciósan stabil stacionárius ponttal. A játékosoknak tehát nincs olyan evolúciósan stabil $\boldsymbol{x}^*$ stratégiája, melyre igaz volna, hogy bármely tőle különböző $\boldsymbol{y}$ stratégiához létezik olyan kis $\bar{\varepsilon} > 0$ szám, hogy bármely $0 < \varepsilon < \bar{\varepsilon}$ esetén:

$$u(\boldsymbol{x}, \varepsilon\boldsymbol{y} + (1 - \varepsilon)\boldsymbol{x}) > u(\boldsymbol{y}, \varepsilon\boldsymbol{y} + (1 - \varepsilon)\boldsymbol{x}).$$

Ezek szerint egy $\boldsymbol{x}^*$ stratégia akkor és csak akkor evolúciósan stabil, ha a mutánsok bármilyen kis részaránya esetén egy véletlenszerűen kiválasztott játékos ellen az $\boldsymbol{x}^*$ stratégia nagyobb várható kifizetést biztosít, mint a mutánsok $\boldsymbol{y}$ stratégiája. Az evolúciós stabilitás tehát az aszimptotikus stabilitás további finomítását jelenti, az U stabil környezetnek az egységnégyzet nagyobb területére történő kiterjesztése által. (Peters [2008])
Az a megállapítás, miszerint az előbb látott evolúciós adójáték nem rendelkezik evolúciósan stabil stacionárius ponttal, nem különösebben meglepő számunkra. A bevezető fejezetben már utaltunk rá, hogy az adócsalás mértéke alapvetően az egyéneknek az állam működésével szembeni ellenállástól függ. Ezáltal az evolúciós stabilitás tulajdonsága a társadalmi elégedetlenség kvázi állandó nagyságát feltételezné. Ez pedig eddigi tapasztalataink szerint igencsak valószerűtlen elképzelésnek tűnik. A társadalom ellenállása egyszer nagyobb, máskor kisebb: attól függően, hogy mennyire érzi igazságosnak és méltányosnak az állam tevékenységét. Ráadásul, ha létezne ilyen pont, akkor miért próbálnának mindenkori kormányaink és közgazdászaink változtatni, javítani a meglévő adórendszerünkön. Már Schelling szoliter játékában is láthattuk, hogy a külső tervező beavatkozása nem tud érdemben változtatni az evolúció irányán. Ezzel szemben azt látjuk, hogy az adópolitikai intézkedések érdemben javíthatják, illetve ronthatják az adórendszer működését. Gondoljunk csak az új adónemek bevezetésre, vagy éppen a jövedelemadózás sávhatárainak módosítására. A kifizetések struktúrájától függően a különböző evolúciós játékok dinamikus viselkedése nagyon különböző lehet. Dolgozatunk következő szakaszában azt vizsgáljuk, miként befolyásolja a játékosok preferenciarendezése az evolúciós játékok dinamikus tulajdonságait.

3.3 Az evolúciós játékok dinamikus jellemzése

Dolgozatunk következő részében az evolúciós bimátrix játékok dinamikus jellemzésével foglalkozunk. A következőkben kizárólag olyan bimátrix játékokat veszünk számításba, ahol mindkét játékos két tiszta stratégia közül választhat. Megállapítjuk, hogy az evolúciós játékok dinamikus viselkedését csak és kizárólag a kifizető mátrix értékeinek viszonyrendszere, azaz a két játékos (populáció) preferenciarendezése determinálja. (Selten [1983]) A dinamikus pályagörbék (trajektóriák) alakja ennek megfelelően változatlan marad, amennyiben a kifizető mátrixon ekvivalens átalakításokat hajtunk végre. Egy ekvivalens transzformáció végrehajtása ugyanis nem változtatja meg a játékosok preferenciarendezését. Elemzésünk megkönnyítése céljából mi a következő ekvivalens átalakítást hajtjuk végre az evolúciós bimátrix játék általános kifizető mátrixán. (Cressman [2003])

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{P/G} & \boldsymbol{B_1} & \boldsymbol{B_2} \\ \boldsymbol{A_1} & a,\alpha & b,\gamma \\ \boldsymbol{A_2} & c,\beta & d,\delta \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \boldsymbol{P/G} & \boldsymbol{B_1} & \boldsymbol{B_2} \\ \boldsymbol{A_1} & a-c,\alpha-\gamma & 0,0 \\ \boldsymbol{A_2} & 0,0 & d-b,\delta-\beta \end{pmatrix}$$

Ez után a megfelelő kifizetési paraméterek újrarendezésével megkapjuk az evolúciós bimátrix játék alábbi egyszerű formáját.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{P/G} & \boldsymbol{B_1} & \boldsymbol{B_2} \\ \boldsymbol{A_1} & a,\alpha & 0,0 \\ \boldsymbol{A_2} & 0,0 & d,\delta \end{pmatrix}$$

3.2 mátrix: Az evolúciós bimátrix játék egyszerűsített formája. Forrás: Saját szerkesztés Cressman (2003) alapján.

Ez alapján azt mondhatjuk, hogy a 3.2 mátrix négy kifizetési paraméterének $\{a, d, \alpha, \delta\}$ adott konfigurációja egyben meghatározza az evolúciós játék alapvető dinamikus tulajdonságait: az egyensúlyi helyzet egzisztenciáját, unicitását, és evolúciós stabilitását. A továbbiakban tehát elegendő lesz számunkra e négy tényező értékére koncentrálni. Megjegyezzük továbbá, hogy a fent látott egyszerű bimátrix forma az imént említett lényeges tulajdonságok szempontjából teljesen ekvivalens az alábbi konfigurációval, mely az oszlopjátékos stratégiáinak (B_1, B_2) felcserélésével, és a relatív kifizetések megfelelő átrendezésével adódik. (Cressman [2003])

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{P/G} & \boldsymbol{B_1} & \boldsymbol{B_2} \\ \boldsymbol{A_1} & a,\alpha & b,\gamma \\ \boldsymbol{A_2} & c,\beta & d,\delta \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \boldsymbol{P/G} & \boldsymbol{B_1} & \boldsymbol{B_2} \\ \boldsymbol{A_1} & -d,-\alpha & 0,0 \\ \boldsymbol{A_2} & 0,0 & -a,-\delta \end{pmatrix}$$

Ezek szerint a kétpopulációs koordinációs játék (Two Player Coordination Game) dinamikus viselkedése szempontjából ekvivalens a kétpopulációs héja-galamb játékkal (Owner-Intruder Game). Mindez annak ellenére bizonyítható, hogy a két játék közel sem tekinthető egymás logikailag izomorf változatának.

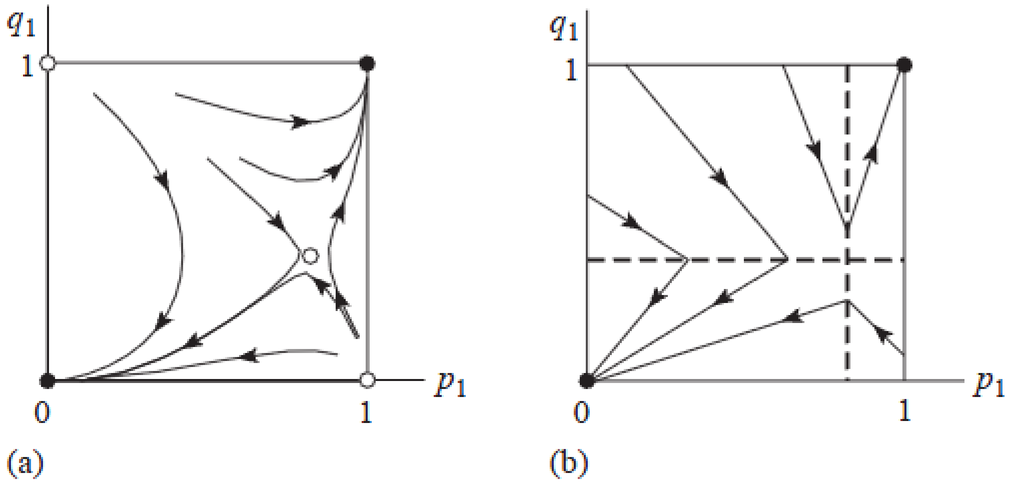
A kifizetési paraméterek $\{a, d, \alpha, \delta\}$ lehetséges értékei alapján az evolúciós bimátrix játékokat két nagy osztályba sorolhatjuk. Az evolúciós bimátrix játékok egyik nagy csoportját képezik az un. nem degeneratív játékok, melyekben a vizsgált kifizetési paraméterek értékére kivétel nélkül $\neq 0$ feltétel teljesül. A bimátrix játékok másik nagy csoportját alkotják az úgynevezett degeneratív játékok, melyekben a négy paraméter közül legalább az egyikre nem teljesül az előbbi kritérium. Ezekkel a játékokkal bővebben nem foglalkozunk, mivel az összes, eddig általunk vizsgált bimátrix játék a nem degeneratív játékok csoportjába tartozik. Ez vonatkozik a korábbi klasszikus játékelméleti modellek evolúciós átértelmezésére, csakúgy, mint a bevezető fejezetben látott játékokra. A továbbiakban a nem degeneratív játékokat dinamikus viselkedésük szempontjából további három osztályba soroljuk. Azt vizsgáljuk, hogy a kifizetési paraméterek struktúrája hogyan befolyásolja a rendszer dinamikus tulajdonságait. (Cressman [2003])

Ha mind a négy kifizetési paraméterre teljesül a nem nulla kritérium, akkor az un. belső Nash-egyensúly létezésének szükséges és elégséges feltétele, hogy ad és $\alpha\delta$ szorzat értéke egyaránt pozitív legyen. Ekkor a belső Nash-egyensúly értéke (vö.: evolúciós adójáték):

$$(p_1^*, q_1^*) = \left(\frac{\delta}{\alpha+\delta}, \frac{d}{a+d}\right).$$

Hála a kifizető mátrix fenti egyszerűsítésének elegendő mindösszesen két kvalitatíve különböző esetet vizsgálnunk. A belső egyensúlypont létezésének (egzisztenciájának) feltétele a következő esetekben teljesül. Az egyik esetben mind a négy kifizetési paraméter pozitív, illetve negatív az oszlopjátékos stratégiáinak felcserélése után. A másik esetben a és d értéke pozitív, míg α és δ egyaránt negatív. Ugyancsak az oszlopstratégiák felcserélésével belátható, hogy a második eset ekvivalens azzal a konfigurációval, ahol a és d egyaránt negatív, míg α és δ pozitív. Ez a két, nevesített konfiguráció egyben a legérdekesebb is számunkra. A következőkben némileg bővebben ezeket a típusú bimátrix játékokat vizsgáljuk dinamikus viselkedésük szempontjából. Megemlítjük még, hogy a nem degeneratív bimátrix játékok harmadik osztályát azok a játékok alkotják, amiknek kifizetési paramétereire $ad < 0$ teljesül. Ebbe az osztályba tartoznak a fogolydilemma típusú játékok. Mivel $ad < 0$, ezért a dominanciával megoldható játékok esetében nem teljesül a belső egyensúlypont egzisztenciájának feltétele. (Cressman [2003])

Első eset: $a, d, \alpha, \delta > 0$



3.1 ábra: A kétpopulációs koordinációs játék pályagörbéi. Forrás: Cressman (2003) p. 77

Ez az eset a bevezetőben látott közlekedési koordinációs játék kétpopulációs változata. Az oszlopjátékos stratégiáinak felcserélésével, majd az így kapott mátrixon ekvivalens transzformációkat végrehajtva beláthatjuk, hogy. a kétpopulációs héja-galamb játék (Owner-Intruder Game) ugyanolyan dinamikus tulajdonságokkal rendelkezik, mint a kétpopulációs koordinációs játék (Two Player Coordination Game). Míg ez utóbbi esetében az összes kifizetési paraméter értéke pozitív, addig a kétpopulációs héja-galamb játék esetében a paraméterek értéke egytől egyig negatív. Láthatjuk továbbá, hogy a koordinációs játékok nem feltétlenül olyan szimmetrikus szerkezetűek, mint a bevezetőben látott közlekedési játék esetében. Ennek megfelelően a 3.3 mátrixban egy aszimmetrikus koordinációs játékot ábrázoltunk.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{Fi}\text{ú}/\boldsymbol{L}\text{á}\boldsymbol{ny} & Box\ (B_1) & Koncert\ (B_2) \\ Box\ (A_1) & \mathbf{3,1} & 0,0 \\ Koncert\ (A_2) & 0,0 & \mathbf{2,4} \end{pmatrix}$$

3.3 mátrix: Aszimmetrikus koordinációs játék. Forrás: Saját szerkesztés Binmore (2007) alapján.

A klasszikus játékelmélet tárgykörében ez a mátrix a nemek harca című játéknak felel meg. A szituáció lényege a következő. Egy fiatal pár reggel az esti programját tervezi. Amikor munkába induláskor elválnak, csak abban egyeznek meg, hogy vagy bokszmeccsre, vagy koncertre mennek. Mindketten jobban szeretnék együtt tölteni az estét, mint külön-külön, de a fiú a bokszmeccset részesíti előnyben, a lány viszont a koncertet. A döntést estére halasztják, azonban nem tudják egymást felhívni, így megállapodás nélkül kell elindulniuk valamelyik helyszínre. Mindkét játékosnak két tiszta stratégiája van: vagy a bokszmeccset választja esti program gyanánt, vagy pedig a koncertet. A játékosok preferenciáit a fenti mátrix kifizetései fejezik ki. (Binmore [2007])

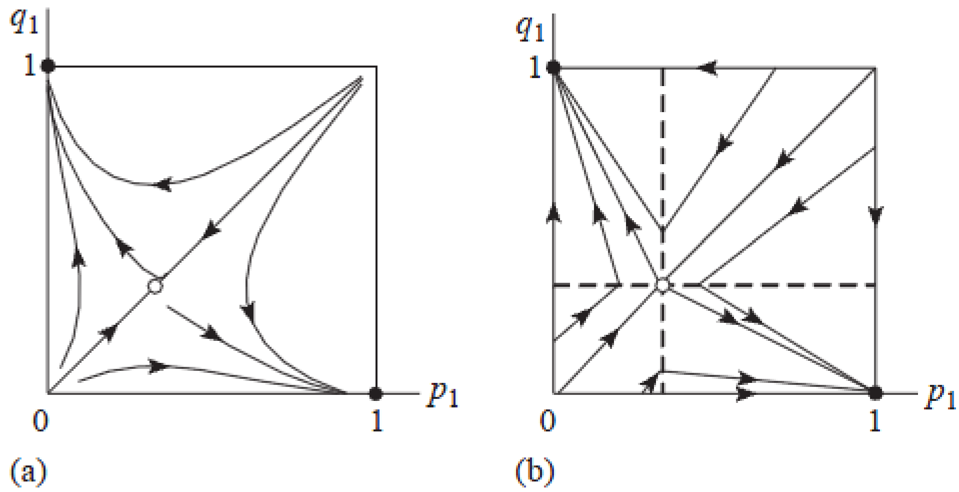
A felmerülő probléma ilyenkor: hogyan koordinálják a játékosok stratégiájukat annak érdekében, hogy létrejöjjön a randevú. Ehhez az kell, hogy a játék kimenetele valamelyik tiszta Nash-egyensúly $(A_1, B_1), (A_2, B_2)$ legyen. Arra vagyunk kíváncsiak, vajon az evolúciós folyamat biztosítja-e a stratégiák hatékony koordinációját? A 3.1 ábra alapján azt mondhatjuk, hogy igen: mind a replikátor dinamika (balra), mind a legjobb-válasz dinamika valamelyik tiszta Nash-egyensúlyhoz vezeti a rendszert. Bár a dinamikus pályagörbék tanulmányozása által nem jósolható meg egyértelműen, hogy melyik tiszta Nash-egyensúly lesz a játék kimenetele, mégis megvalósul a hatékony koordináció. Azt, hogy a két játékos végül melyik programot választja, a rendszer kiindulási állapotától függ. Vagyis attól, hogy a belső stacionárius pontból milyen irányba mozdul ki a rendszer. A nemek harca játék esetében ez attól függ, hogy kezdetben melyik fél lesz nyitottabb a kompromisszumra. Abban az esetben, ha a fiú eleinte jobban alkalmazkodik, akkor a játék evolúciósan stabil stacionárius pontja az (A_2, B_2) pont lesz. Ellenkező esetben a lány kénytelen lesz hosszútávon megbarátkozni az esti bokszmeccsek hangulatával (A_1, B_1).

Ezek alapján azt mondhatjuk, hogy a bevezetőben látott közlekedési koordinációs játék Pareto-optimális megoldása nem feltételezi a törvényi szabályozást. Előbb-utóbb valamelyik irány dominánssá válik és az evolúciós folyamat gondoskodik a jobbra/balra tartási kötelezettség kialakulásáról. Említettük már, hogy a kétpopulációs héja-galamb játék dinamikus jellemzőit tekintve ekvivalens a kétpopulációs héja-galamb játékkal. Ismerkedjünk hát meg a 3.4 mátrixban ábrázolt kétpopulációs héja-galamb játékkal.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{K\acute{e}k/Piros} & H\acute{e}ja\ (\boldsymbol{B_1}) & Galamb\ (\boldsymbol{B_2}) \\ H\acute{e}ja\ (\boldsymbol{A_1}) & 0,0 & \mathbf{3,1} \\ Galamb\ (\boldsymbol{A_2}) & \mathbf{1,3} & 2,2 \end{pmatrix}.$$

3.4 mátrix: A kétpopulációs héja-galamb játék. Forrás: saját szerkesztés Peters (2008) alapján.

Láthatjuk, hogy ez a játék a bevezető fejezetben tárgyalt gyáva nyúl típusú játék kiterjesztése két populációra. Ahogy a nyereménytábla is mutatja, ezúttal egy szimmetrikus szerkezetű kétpopulációs játékkal van dolgunk. (Peters [2008]) Mi ezúttal a kétpopulációs héja-galamb játék modelljét egy ország keretein belül együtt élő heterogén népcsoportok, populációk élesen eltérő adókultúrájának / adómoráljának ábrázolására használjuk fel.

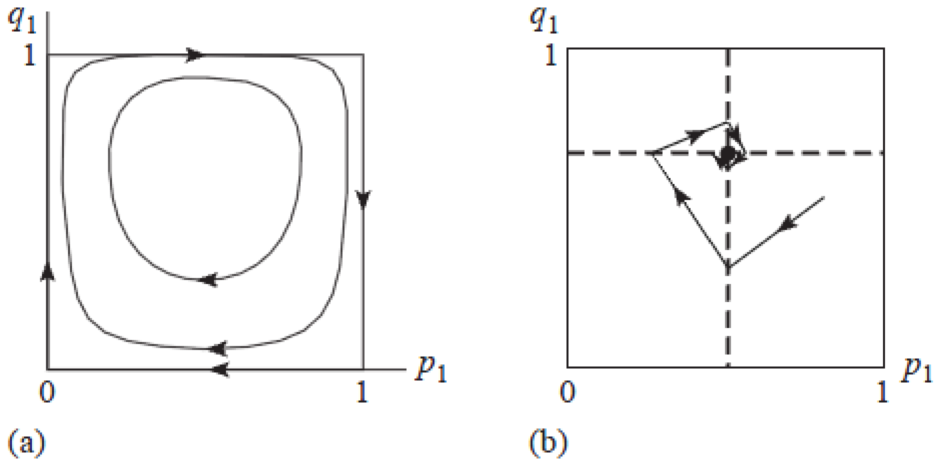


3.2. ábra: A kétpopulációs héja-galamb játék pályagörbéi. Forrás: Cressman (2003) p. 74

Képzeljük el, hogy Óperenciában két közel azonosan nagyszámú populáció él egymás mellett: a piros és a kék. A héja-galamb játék viszonylatában ez azt jelenti, hogy Óperenciában egyszerre négyféle madár is őshonos: piros és kék héják, valamint piros és kék galambok. Ekkor a kifizetések 3.4 mátrixban látható rendszere mellett mind a replikátor (balra), mind a legjobb-válasz dinamika alkalmazása arra a következtetésekhez vezet, hogy a két populáció végletesen eltérő összetételűvé válik. A kétpopulációs héja-galamb játék evolúciósan stabil stacionárius pontjai ezek szerint az (A_1, B_2) és az (A_2, B_1) kimenetelek. Az egyik populációban csak a passzív, decens magatartás (galamb) lesz megfigyelhető, míg a másik közösség tagjai egyöntetűen agresszív módon (héjaként) viselkednek majd. Láthatjuk, hogy a kétpopulációs héja-galamb játék csak meghatározó dinamikus tulajdonságaiban (egzisztencia, unicitás, stabilitás) egyezik az előbb látott koordinációs játékkal. Mondanivalóját tekintve élesen különbözik attól. (Vega-Redondo [2003])

A kétpopulációs héja-galamb játék tanulsága közel sem áll távol napjaink valóságától. A különböző etnikumú lakossági csoportok körül észrevehető módon kirajzolódik egyfajta hozzáállásbeli különbség, ami a közteherviselési hajlandóságot illeti. Ez valószínűsíthetően a különböző népcsoportok eltérő szocializációjából fakad. Ezek szerint az előítéletek már csak azért is veszélyesek és ártalmasak, mert erősíthetik a szembenállást pirosak és kékek között. Gondoljunk csak bele, amint egy piros héja szíve szerint decens galamb szeretne lenni, ám a kék galambok nem veszik komolyan beilleszkedési szándékát, sőt kisajátítják maguknak a megtisztelő galamb státuszt. Ezek után a csüggedt héja jobb híján visszabandukol az övéi közé, ahol legalább társai közösségére számíthat. Ez a fajta polarizálódás odáig fajulhat, hogy Óperenciában többé már nem a választott magatartás alapján minősítik az egyedeket, hanem az egyes populációk színe fogja jelenteni a megkülönböztetés alapját.

Második eset: $a, d < 0$ és $\alpha, \delta > 0$



3.3 ábra: A kockázatos kereskedelem trajektóriái. Forrás: Cressman (2003) p. 78.

A kockázatos kereskedelem az eladó és a vevő közötti árucsere egyik alapvető modellje. Ebben a szituációban az eladó információs előnye eredményezi a konfliktust: Az eladó vagy pontosan értékeli a kérdéses árut, vagy értéken felül próbálja eladni a vevőnek. A vevő eldöntheti, hogy jóhiszeműen megbízik az eladó értékelésében, vagy ellenőrzi az áru minőségét. A kifizető-mátrix arra mutat rá, hogy amennyiben az eladó becsületes, érdemes megbízni benne, míg ellenkező esetben jobban járunk, ha ellenőrizzük a vásárolt jószágot. Az eladó hasonló dilemmával néz szembe: amennyiben a vásárló bízik benne érdemes csalással próbálkozni, másrészt ellenőrzés esetén jobban jár, ha becsületesen viselkedik. (Vega-Redondo [2003]) Most képzeljük el, hogy a szóban forgó áru nem más, mint az adóbevallás. Valóban, a kockázatos kereskedem játék kifizetéseinek előbb leírt viszonyrendszere megegyezik az evolúciós adójáték konkretizálásakor látott preferenciarendezéssel, ahol:

$$b > c = d > a,$$
$$\alpha > \delta > \beta > \gamma.$$

Ezek alapján azt mondhatjuk, hogy a klasszikus adójáték – ezzel együtt az óvatos adójáték és a gazdagok adójátékának evolúciós átértelmezése, dinamikus viselkedése szempontjából a nem degeneratív bimátrix játékok szóban forgó, második osztályához tartozik. A kockázatos kereskedelem kifizetéseit a 3.5 mátrix mutatja.

$$\begin{pmatrix} Eladó\ (\boldsymbol{P})/Vevő(\boldsymbol{G}) & ellenőriz(\boldsymbol{B_1}) & megbízik(\boldsymbol{B_2}) \\ csaló\ (\boldsymbol{A_1}) & -2,3 & 6,1 \\ becsületes(\boldsymbol{A_2}) & 0,4 & 4,5 \end{pmatrix}$$

3.5 mátrix: A kockázatos kereskedelem játéka. Forrás: Saját szerkesztés Cressman (2003) alapján.

Esetünkben tehát az adóalany szerepét az eladó játssza, aki megpróbál jó üzletet kötni a hatóság képviselőjével, a vásárlóval. Amennyiben a kifizetésekre vonatkozó fenti relációkat adottnak tekintjük, akkor a 3.3 ábrán látható replikátor dinamika (balra) az evolúciós adójáték ciklikus természetét sugallja. Amíg a társadalomban az adócsalás nem ölt jelöntős mértéket, addig az ellenőrzés kvázi fölösleges. Miután azonban a hatósági ellenőrzés valószínűsége egy kritikus szint alá csökken, a csalók mutáns stratégiája olyannyira kifizetődővé válik, hogy q értéke növekedésnek indul. Ez a kedvezőtlen tendencia pedig hosszútávon érezteti hatását. A hatósági szigorítás ugyanis nem eredményezi azonnal az adómorál javulását. A kedvező változások csak jóval később, magas p érték mellett indulnak be. Ezek a pozitív tendenciák azonban éppúgy tovagyűrűznek a társadalomban, akárcsak az előzőekben megfigyelt negatív hatások. Miután az ellenőrzési valószínűség kellően magas szintre ér, a becsületes adózók aránya hosszútávon növekedésnek indul. Ez még a hatósági szigor enyhülése után sem változik egy ideig, mígnem az ellenőrzés valószínűsége ismét a kritikus szint alá csökken – és minden kezdődik elölről. A ciklus szűkítése egyúttal az adórendszer stabilitását növeli. Ez úgy érhető el, ha az állam különböző adópolitikai beavatkozásai által a belső neutrális egyensúlypont irányába tereli a rendszert. Ehhez természetesen a struktúra mindenkori állapotának alapos ismerete szükségeltetik. A pályagörbék vizsgálata alapján azt mondhatjuk, hogy a határciklus kiterjedése kizárólag attól függ, milyen távol van a kiindulási állapot a neutrális belső egyensúlyi ponttól. (Cressman [2003])

2.4 Az evolúciós megközelítés következtetései

Dolgozatunk végén megkíséreljük röviden összefoglalni az evolúciós megközelítés közgazdaságtani mondanivalóját. Először is megállapítottuk, hogy az evolúciós adójáték dinamikus viselkedése csak és kizárólag a játékosok preferenciarendezésétől függ. Láttuk, hogy az általunk feltételezett kifizetési paraméter-értékek mellett az adójátéknak nincs evolúciósan stabil kimenetele: A trajektóriák zárt körpályán mozognak a belső egyensúlypont körül. Ezáltal az adópolitikai intézkedések hosszútávon érzékelhető, tovagyűrűző hatásával számolunk. Nincs ugyanis olyan evolúciós hatás, mely visszatérítené a rendszert annak korábbi, egyensúlyi állapotához. Ezek alapján azt mondhatjuk, hogy egy sikeres külső beavatkozás végrehajtása komoly tudatosságot, felkészültséget, valamint némi óvatosságot feltételez. Ez vonatkozhat akár egy új adónem bevezetésére, akár a jövedelemadózás rendszerének átalakítására. Az is jól látható a 3.3 ábra alapján, hogy a hatósági ellenőrzés szigorítása sem vezet minden esetben az adórendszer nagyobb stabilitásához. Sőt, akár a határciklus kiterjedésének növekedését is eredményezheti. Korábban, a klasszikus adójátékok vizsgálatakor beláttuk, hogy a hatósági ellenőrzés valószínűségének egyensúlyi értéke csak a büntetés rátájától (s) függ, valamint, hogy annak növelése Pareto-optimális. Az evolúciós elemzés tükrében azonban a büntetés rátájának egy bizonyos ponton túl való növelése már a rendszer stabilitását veszélyezteti – a határciklus az egységnégyzet oldalába csapódik. (Webb [2007])

Úgy gondoljuk, hogy az evolúciós játékelmélet következtetései alapvetően szemben állnak a karteziánus konstruktivizmus eszméjével, miszerint: amit az ember teremtett azt tetszése szerint meg is változtathatja. (Hayek [1995]). Bár az evolúciós adójáték esetében nem beszélhetünk evolúciósan stabil egyensúlyról, mégis megfigyelhető a replikátor dinamika önmagába visszatérő stabil ciklusa. A játékosok preferenciáinak változatlansága mellett tehát egy a tervező számára kívánatosnak vélt stacionárius pont $(q = 0, p = 0)$, $(q = 0, p = 1)$ irányába ható beavatkozás csupán a határciklus kiterjedését növeli (vö.: szoliter modell). Ezért aztán különösen nagy körültekintést igényel az adórendszer alapvető struktúráját érintő döntések meghozatala és kommunikációja. Másrészt, ha sikerülne a belső egyensúlyponthoz közel kerülni, onnantól kezdve az adórendszer viszonylag kiszámítható és önszabályozó működésére számíthatnánk.

$$\dot{q} = q(1-q)[(1-p)(b-d) + p(a-c)]$$
$$\dot{p} = p(1-p)[(1-q)(\beta-\delta) + q(\alpha-\gamma)]$$

A kommunikáció szerepe már csak azért is kulcsfontosságú, mert a replikátor dinamika mindkét fenti egyenletében megfigyelhető az un. imitációs hatás szerepe. Ezek szerint egy adott tiszta stratégia $(q = 1, p = 1)$ populáción belüli népszerűsége t időpillanatban egyenesen arányos az adott stratégiát $t-1$ időpillanatban választók populáción belüli arányával. Az imitációs hatás tehát az emberi viselkedésnek arra a motívumára igyekszik reflektálni, hogy magatartásunkat a környezetünkben élők is befolyásolják. (Smith [1982]) Valójában a döntési-optimalizáló folyamatot sok esetben a többség követésével egyszerűsítjük. Ezek alapján egy adópolitikai intézkedés egyéni megítélésében döntő szerepet játszik az adóalany közvetlen környezetének arra vonatkozó értékítélete. Tudjuk, hogy a valóságban az adóalanyok populációja nagymértékben heterogén, valamint a populáción belüli információáramlás erősen korlátozott. Egyrészt célszerűnek tűnik tehát a kommunikáció különböző célcsoportjainak szegmentálása. Másrészt, miután az adóalany vélhetően nem ismeri a populáció tényleges állapotát $t-1$ időpillanatban, lehetségesnek látszik az adópolitika számára kívánatos adófizetői magatartás $(q=0)$ mesterséges propagálása. Mindezt leginkább az említett viselkedésforma széleskörű társadalmi elfogadottságát hirdető médiakampány segítségével képzeljük el. Ekkor azonban már számolnunk kell az adópolitikai kommunikáció hitelességét befolyásoló további tényezőkkel is.

Mindazonáltal látnunk kell, hogy a társadalmilag kívánatos koordináció létrejötte $(q=0, p=0)$ csak a játékosok preferenciarendszerének megváltozása mellett képzelhető el. Ehhez egyrészt az kell, hogy az adófizető érezze: az állami költségvetésbe történő befizetése nem hiábavaló. Az adóalany kifizetéseinek vonatkozásában ez akár $a \approx b$ teljesülését is jelenthetné. A közszolgáltatások színvonalának javítása, és a korrupció visszaszorítása ebből a szempontból döntő fontosságúnak tűnik. Továbbá a társadalmi költségekhez való hozzájárulás értékként való ábrázolásával $(c > d)$ a mindenkori államvezetés érdemben növelhetné az egyének adófizetési hajlandóságát.

IRODALOMJEGYZÉK

- Akerlof, G. A. (1986): A theory of social custom. Cambridge University Press.
- Binmore, K. (2007): Game theory. (A very short introduction) Oxford University Press.
- Binmore, K. (2009): Rational decisions. Princeton Univerity Press.
- Cowell, F. A. (1990): Cheating the government. (The economist of evasion) Cambridge, MIT Press.
- Cressman, R. (2003): Evolutionary dynamics and extensive form games. Cambridge, MA: MIT Press.
- Cullis J. – Jones P. (2004): Közpénzügyek és közösségi döntések. Budapest, Aula Kiadó.
- Dawkins, R. (2011): Az önző gén. Budapest, Kossuth Kiadó.
- Dixit, A. – Nalebuff, B. (1991): Thinking strategically. New York, W. W. Norton.
- Hámori Balázs (szerk.) (1998): Érzelemgazdaságtan. (A közgazdasági elemzés kiterjesztése) Budapest, Kossuth Kiadó.
- Hayek F. A. (1991): Út a szolgasághoz. Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
- Hayek F. A. (1995): Emberi cselekvés, de nem emberi terv eredménye. In: Piac és szabadság. (Válogatott tanulmányok) Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. 292-301. o.
- Hofstadter, D. R. (2005): Gödel, Escher, Bach. (Egybefont gondolatok birodalma) Budapest, Typotex Kiadó.
- Izquierdo, L. R. – Izquierdo, S. S. – Vega-Redondo, F.: Learning and evolutionary game theory. Kézirat. Letöltve: http://luis.izqui.org/papers.html#learning 2009. március. 7.
- Lipatov, V. (2003): Evolution of tax evasion. Műhelytanulmány. Letöltve: http://mpra.ub.uni-muenchen.de/966/1/MPRA_paper_966.pdf 2012. október 6.
- Menger, C. (1970): Gesammelte Werke. Tübingen, Mohr.
- Mérő László (2001): Új észjárások. (A racionális gondolkodás ereje és korlátai) Budapest, Tericum Kiadó.
- Mérő László (2007): Mindenki másképp egyforma. Budapest, Tericum Kiadó.

- Nerré, B. (2004): Modeling tax culture. Műhelytanulmány. Letöltve: http://www.google.hu/url?sa=t&rct=j&q=nerr%C3%A9%20modeling%20tax%20culture&source=web&cd=2&ved=0CCkQFjAB&url=http%3A%2F%2Fciteseerx.ist.psu.edu%2Fviewdoc%2Fdownload%3Fdoi%3D10.1.1.201.7984%26rep%3Drep1%26type%3Dpdf&ei=mxHBTqHEG4bS4QSLpLjOBA&usg=AFQjCNElnljL2T9qaTZPJMqI5uhkn8lx6g 2012. október 3.
- Neumann J. – Morgenstern O. (2007): Theory of games and economic behavior. Princeton University Press.
- Ottlik Géza (2007): Iskola a határon. Budapest, Magvető Kiadó.
- Peters, H. (2008): Game theory. (A multi-leveled approach) Berlin Heidelberg, Springer-Verlag.
- Payne, J. L. (1993): The end of taxation. *The Public Interest*, No. 112. p. 113.
- Rasmusen, E. (2005): Games and information. (An introduction to game theory) Mladen, Massachusetts: Blackwell Publishers Inc.
- Samuelson, P. A. - Nordhaus, W. D. (2005): Közgazdaságtan. Budapest, Akadémiai Kiadó.
- Schelling, T. (1960) The strategy of conflict. Harvard University Press, Cambridge, MA.
- Selten, R. (1983) Evolutionary stability in extensive-form two-person games. *Mathematical Social Scienses V*, p. 269-363.
- Smith, A. (1893): Vizsgálódás a nemzeti vagyonosság természetéről és okairól. Budapest, Pallas Rt.
- Smith, J. M. (1982): Evolution and the theory of games. Cambridge University Press.
- Vega-Redondo, F. (2003): Economics and the theory of games. Cambridge University Press.
- Webb, J. N. (2007): Game theory. (Decisions, interaction and evolution) London, Springer-Verlag.