*Radnay László tanársegéd*
*Debreceni Egyetem, Műszaki Kar,*
*Építőmérnöki Tanszék*

OPPONÁLT

# TETŐSÍKÚ DIAFRAGMA MEREVSÉGÉNEK HATÁSA A KERETOSZLOPOK KIHAJLÁSI HOSSZÁRA ÁLTALÁNOS KERETSZERKEZETEK ESETÉN

# THE EFFECT OF THE DIAPHRAGM IN THE PLANE OF THE ROOF ON THE BUCKLING LENGTH OF THE COLUMNS OF SIMPLE STEEL FRAMES

***Egyszerű csarnokszerkezetek tervezésének, illetve szerkezeti megerősítésének alternatív módszere a merev végfalak kialakítása és a szerkezet együttdolgozóvá tétele tetősíkú diafragma alkalmazásával. A diafragma közbenső keretekre kifejtett hatása modellezhető vízszintes támasszal az oszlop-gerenda kapcsolatnál. Ennek a támasznak a merevsége függ az adott keretet megtámasztó diafragma kialakításától. A megtámasztott keretek vízszintes elmozdulása, a vízszintes erőkből keletkező igénybevételei és a keretoszlopok keretsíkban értelmezett kihajlási hossza is csökken a megtámasztás merevségének növelésével. A kihajlási hossz csökkenése a függőleges terhekkel szembeni ellenállás növekedését eredményezi. Vizsgálataink során ezzel foglalkoztunk részletesen.***

*Alternative way of constructing or strengthening simple hall buildings is evolving end walls with high rigidity and making the frames work together with the use of a diaphragm system in the plane of the roof. The effect of the diaphragm system on the intermediate frames can be modeled with the use of a horizontal support at the beam-to-column joint. The rigidity of this support depends on the rigidity of the diaphragm. The diaphragm has a reducing effect on the horizontal displacement, on the bending moments caused by the horizontal forces and it also has a reducing effect on the buckling length of the column. It results an increment in the load-bearing capacity of the column. This effect will be examined in this work.*

## 1. Előzmények

A Dr. Iványi Miklós PhD. DSC professzor úr irányítása alatt végzett kutatásom során a keretszerkezetek együttdolgoztatásának vizsgálatával foglalkoztam. A korábban a témával kapcsolatban elvégzett 1:1 léptékű kísérletsorozat [2], [3], [4]-ben rögzített eredményeinek, és a végeselemes modellek eredményeinek összevetése a tartószerkezetek együttdolgoztatásának előnyeire hívta fel a figyelmet.

Az andráskereszt-merevítéssel ellátott végfalak merevsége jelentősen nagyobb a közbenső keretek merevségéhez képest. Megfelelő méretezés esetén képesek a rájuk közvetített többletteher viselésére. A szerkezet együttdolgozását biztosító teherelosztó diafragma kialakítása történhet egy másodlagos merevítőrendszer beépítésével, vagy akár a tetőburkolat merevítő hatása is figyelembe vehető. Ez utóbbi ”Stressed skin diaphragm design method”, vagy ”Diaphragm design” néven található meg a szakirodalomban [5], [6].

A tetősíkú diafragma által megtámasztott keretek síkban történő vizsgálatánál a diafragma modellezhető a keretsarokban kialakított támaszként. A megtámasztás merevségének függvényében a megtámasztott keretek esetében:
– csökkennek a vízszintes elmozdulások,
– csökkennek a mértékadó nyomatékok a keretsarokban és a talpcsomópontnál,
– növekszik a keretoszlopok teherbírása.

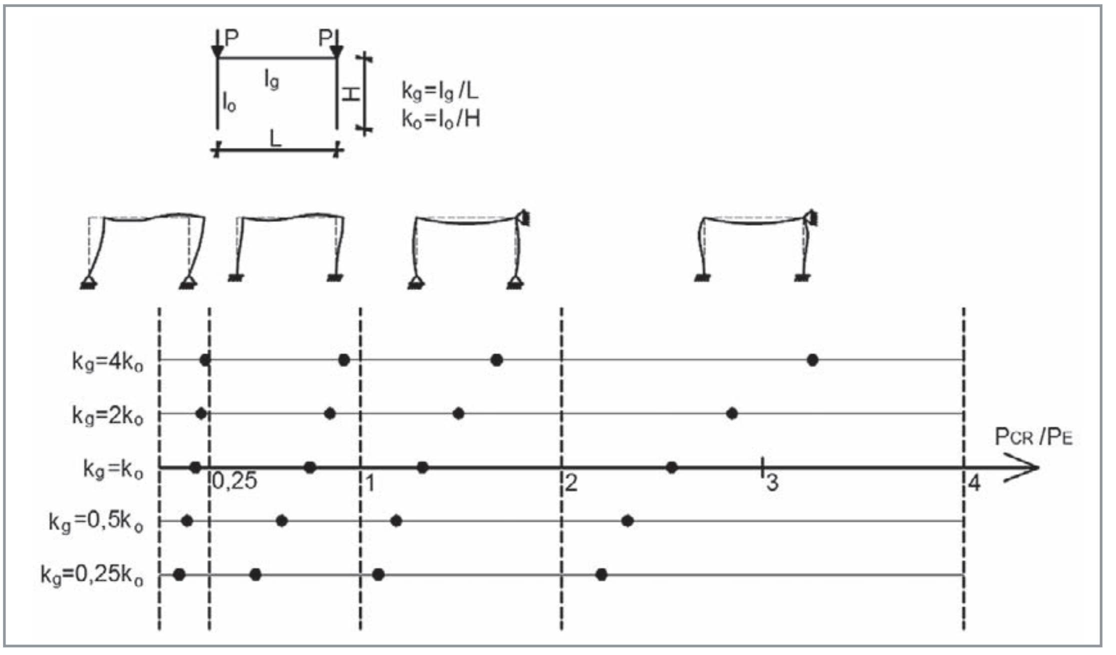
A továbbiakban a keretoszlopok teherbírásának növekményével foglalkozom. Egyszerű kereteket vizsgálok azzal a feltételezéssel, hogy a keret megtámasztási viszonyai olyanok, hogy a keretsíkra merőlegesen nem következhet be kihajlás.

## 2. A keretoszlopok kihajlási hosszát meghatározó tényezők

A keretoszlopok teherbírását befolyásoló tényezők együttes hatását szemlélteti az *1. ábra.* A keret stabilitási problémáját okozó kritikus erőnek, és az alul-felül ideálisan csuklós megtámasztású keretoszlop Euler-erejének hányadosa látható a vízszintes tengelyen. Ennek a hányadosnak a felhasználásával (1) szerint számítható a keretoszlop kihajlási tényezője [1].

$$\nu = \sqrt{\frac{P_E}{P_{CR}}} \tag{1}$$

A keretek kritikus teherbírását meghatározó tényezők a befolyásoló hatásuk sorrendjében a következők [1]:
– Elsődleges: a keret felső csomópontjainak megtámasztási viszonya (kilengő vagy nemkilengő keret).
– Másodlagos: a talpcsomópont kialakításának jellege.

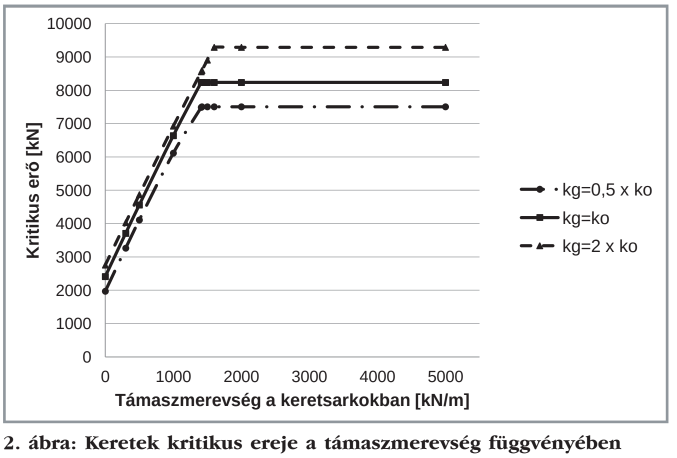



**1. ábra: Keretek kritikus ereje**

– Harmadlagos: a gerenda relatív merevségének és a keretoszlop relatív merevségének az aránya. (Ide értve az oszlop–gerenda kapcsolat merevségét is, ami a gerenda relatív merevségének csökkentésével vehető figyelembe.)

Az *1. ábrán* bemutatott eredmények meghatározásakor az oszlop–gerenda kapcsolat végtelen merevségét, a keretsarok zérus merevségű vagy végtelen merev vízszintes megtámasztását és névlegesen csuklós vagy tökéletesen merev talpcsomópont-kialakítást feltételeztem.

Az idealizált feltételezések közül a végtelen merev oszlop–gerenda kapcsolatot és a tökéletesen merev talpcsomópont-kialakítást megtartva, a tető diafragma megtámasztó hatását modellező támasz merevségének függvényében vizsgáltam egy 5 m magas, IPE 240-es szelvényű keretoszlop és 0,5; 1; és 2 relatív merevségű keretgerenda esetén a kritikus erő változását. Az eredményeket a *2. ábrán* mutatom be.




**2. ábra: Keretek kritikus ereje a támaszmerevség függvényében**

A számítás eredményei azt mutatják, hogy a diafragma megtámasztó hatását modellező vízszintes támasz kis merevségi értékei esetén a keretoszlop kritikus ereje egy bizonyos pontig monoton emelkedik, egy jellemző merevségi érték felett viszont konstans. Ezt a merevségi értéket a kritikus merevségnek neveztük el.

A diagramok a biztonság javára jól közelíthetőek két egyenes segítségével. A bilineáris „támaszmerevség – kritikus erő” diagram meghatározásához három adat számítására van szükség:

– a keret kritikus ereje a keretsarok vízszintes megtámasztása nélkül (kilengő stabilitási tönkremenetel),
– a keret kritikus ereje a keretsarok végtelen merev vízszintes megtámasztásának figyelembevételével (nemkilengő stabilitási tönkremenetel),
– a kritikus merevség.

A kritikus merevségtől kisebb merevségi értékű megtámasztások mellett a keret kilengő, attól nagyobb merevségű támaszok esetén nemkilengő tönkremenetele következik be.

A jelenség további vizsgálatához a keretek kritikus terhének meghatározására mátrix-elmozdulásmódszeren alapuló programot írtam, Smath Studio matematikai program felhasználásával.

## 3. A kritikus erők és kritikus merevség meghatározása

A szerkezet csomópontjainak elmozdulását és elfordulását a mátrix-elmozdulásmódszer alkalmazásakor (2) megoldásával kapjuk.

$$\underline{\underline{K}} \cdot \underline{v} = \underline{q} \qquad (2)$$

Ahol:
K – merevségi mátrix
v – elmozdulásvektor
q – tehervektor

A fenti egyenlet abban az esetben oldható meg egyértelműen, ha a K mátrix invertálható, vagyis a determinánsa zérustól eltérő. Amennyiben a determináns értéke zérus, az stabilitási problémát jelent.

Stabilitási problémák vizsgálatához a merevségi mátrixban stabilitásfüggvényeket kell alkalmazni. Jelen esetben csak a keretoszlopok merevségi mátrixába építettem be a stabilitásfüggvényeket, mert a vizsgált terhelés (keretsarkok függőleges terhelése) hatására ezek a rúdelemek válnak nyomottá.

A tartószerkezet stabilitási függvényeket tartalmazó merevségi mátrixa, a stabilitási függvényekből számított együtthatók következtében, a teher nagyságának függvényében változik.

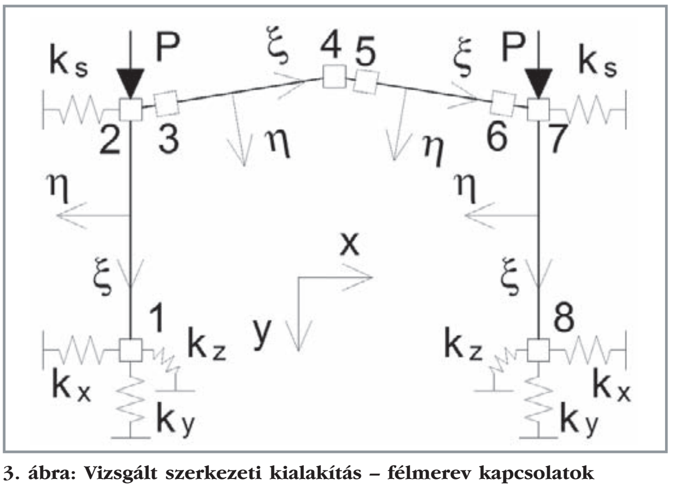
A program nem direkt módon keresi meg a merevségi mátrix determinánsának zérus értékét, hanem iterációs elven határozza meg azt a teherértéket, amelynél a merevségi mátrix determinánsa először előjelet vált. Ez a teherérték a kritikus teher.

A kritikus erő meghatározásakor a keretsarok vízszintes támaszának a merevsége adott. Ekkor a változók a stabilitásfüggvények külső tehertől függő értékei. A kritikus merevség az ismeretlenek felcserélésével határozható meg. A kritikus teher ismert értéke mellett a keretsarkokat vízszintesen megtámasztó rugó merevsége a változó.

Bármilyen lehetséges kritikus teher értékhez meghatározható a keretsarok vízszintes megtámasztásának a szükséges minimális értéke.

A kritikus merevség értékének meghatározásához a keret nemkilengő tönkremeneteléhez tartozó kritikus erő ismerete szükséges. A kritikus merevség meghatározásához tehát két iterációs folyamaton keresztül jutunk el. Az első lépésben meghatározzuk a nemkilengő tönkremeneteli módhoz tartozó kritikus erő értéket, majd a második lépésben az ehhez az erőhöz tartozó minimális oldalirányú megtámasztási merevséget, a kritikus merevséget.

A *3. ábrán* látható általános keret esetében lehetőség van a talpcsomópontok és az acélszerkezeti kapcsolatok merevségének, valamint a keretsarok-megtámasztások merevségének megadására. A félmerev kapcsolatok megadását a 3, 5, 6 jelű belső csomópontok felvétele, ill. a 2–3, 4–5, 6–7 csomópontok között kapcsolati mátrixok alkalmazása teszi lehetővé. A teljes szerkezet merevségi mátrixának mérete 24 x 24.



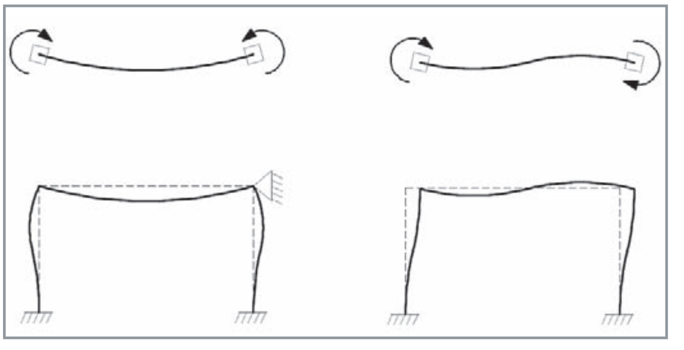

**3. ábra: Vizsgált szerkezeti kialakítás – félmerev kapcsolatok**

Az iterációs folyamatok érzékenyek az alkalmazott merevségi mátrix méretére. A vizsgált terhelés mellett a keret stabilitási tönkremenetele a keretoszlopokban következik be. A keretgerendáknak szerepe csak a keretoszlopok megtámasztásában van. Ezt, illetve a szerkezet és a terhelés szimmetriáját kihasználva, a keretek kritikus ereje meghatározható egy keretoszlop vizsgálatával. Mindemellett a keretoszlopok stabilitási tönkremeneteli alakoknak megfelelően kimozdított helyzetének elemzésével a vizsgálandó merevségi mátrixok mérete tovább csökken.

A keretoszlop kritikus ereje függ:

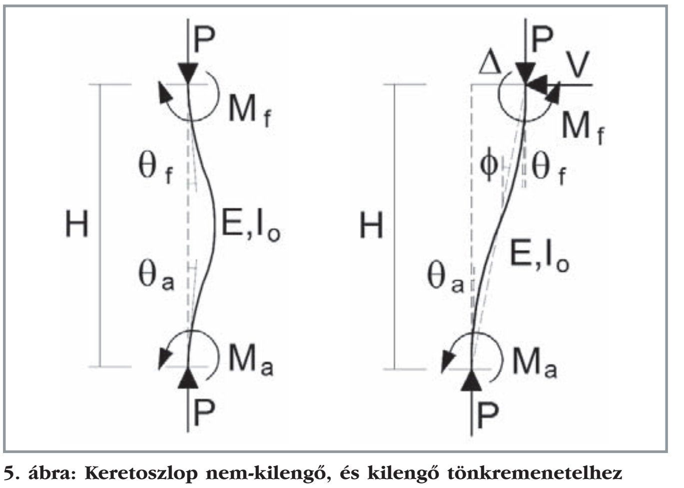
– a keretoszlop magasságától,
– a keretoszlop keresztmetszeti adataitól,
– az alsó csomópont elfordulás elleni megtámasztásának merevségétől (talpcsomópont),
– a felső csomópont elfordulás elleni megtámasztásának merevségétől (gerenda merevsége és az oszlop–gerenda kapcsolat merevsége),
– a felső csomópont vízszintes megtámasztásának merevségétől (keretsíkú merevítés, vagy a tetősíkú diafragma megtámasztó hatása).

A felső csomópont elfordulás elleni merevségét jellemző tényező számítása eltér a kilengő és a nemkilengő esetben. Ennek oka a gerenda eltérő alakváltozása a kétféle stabilitási tönkremenetel során. A merevség meghatározása a *4. ábrának* megfelelően, egységteherrel terhelt gerenda végpontjainak elfordulásának ismeretében számítható. Itt lehet figyelembe venni az oszlop–gerenda kapcsolat merevségét is.



**4. ábra: Gerenda terhelése a merevség számításához kihajlási alakok szerint**

Az *5. ábrán* a keretoszlop nemkilengő és kilengő tönkremeneteléhez tartozó kimozdított alakját, a fellépő reakcióerőket és az elmozdulásokat adtam meg.




**5. ábra: Keretoszlop nem-kilengő, és kilengő tönkremenetelhez tartozó elmozdulása**

Ahol:

| | |
|---|---|
| E | – rugalmassági modulus |
| $I_O$ | – keretoszlop inerciája az elmozdulás síkjára merőleges tengely körül |
| H | – keretoszlop magassága |
| $\theta_a$, $\theta_f$ | – alsó-, és felső csomópont elfordulása |
| $M_a$, $M_f$ | – támasznyomaték az alsó és felső csomópontnál |

| | | |
|---|---|---|
| $\Delta$ | – eltolódás | |
| V | – a diafragmát terhelő erő | |
| P | – külső teher, ill. támaszreakció – az oszlop nyomási igénybevétele | |

A keretoszlop 6x6-os merevségi mátrixából eltávolítva azokat a sorokat és oszlopokat, amelyekhez tartozó elmozdulás-komponens az adott vizsgálat esetében zérus, megkapjuk a nemkilengő és a kilengő esethez tartozó merevségi mátrixokat.

$$K_{NEMKILENGŐ} = \begin{bmatrix} k \cdot s + k_f & k \cdot s \cdot c \\ k \cdot s \cdot c & k \cdot s + k_a \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$K_{KILENGŐ} = \begin{bmatrix} \frac{2 \cdot s \cdot (1+c)}{m} \cdot \frac{k}{H^2} + k_S & s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} \\ s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot k + k_f & s \cdot c \cdot k \\ s \cdot (1+c) \cdot \frac{k}{H} & s \cdot c \cdot k & s \cdot k + k_a \end{bmatrix} \tag{4}$$

Ahol:

| | |
|---|---|
| s, c, m | – stabilitásfüggvényekből számított tényezők |
| $k_S$ | – keretoszlop felső csomópontjának vízszintes támaszának merevsége |
| $k_a$, $k_f$ | – az alsó és felső csomópont elfordulási merevsége |
| k | – keretoszlop relatív merevsége $k = EI_o/H$ |

Nemkilengő esetben csak a két csomópont elfordulásához tartozó komponensek maradnak meg, a kilengő esetben az előzőek mellett a felső csomópont vízszintes elmozdulásához tartozó komponensek is.

A csökkentett méretű merevségi mátrixok alkalmazásával rövidebb futásidő mellett kapjuk meg ugyanazokat a kritikus erő értékeket.

A kilengő stabilitási tönkremenetel egyensúlyi egyenleteiből kiindulva levezetett zárt képlet (5) alapján határozható meg a felső csomópont vízszintes megtámasztásnak, az adott kritikus erő kialakulásához szükséges, minimális merevsége.

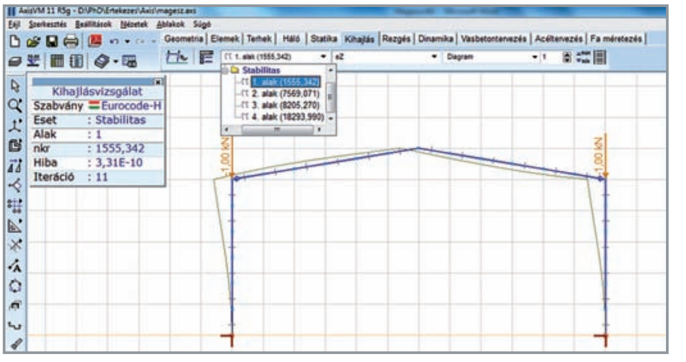
$$k_S = \frac{P_{CR} - \dfrac{\frac{s \cdot (1+c)}{H}}{\frac{k_f}{k} + s \cdot c \cdot \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} + s} \cdot \left( k_f + \frac{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_f}{k \cdot s \cdot c - k \cdot s - k_a} \cdot k_a \right)}{H} \tag{5}$$

A számítást a nemkilengő stabilitási tönkremenetelhez tartozó kritikus erőre elvégezve, a kritikus merevségi értéket kapjuk eredményként. A keretoszlop felső csomópontján alkalmazott vízszintes megtámasztás kritikus merevsége tehát zárt képlet alapján számítható, megspórolva ezzel az iterációs eljárás időigényét.

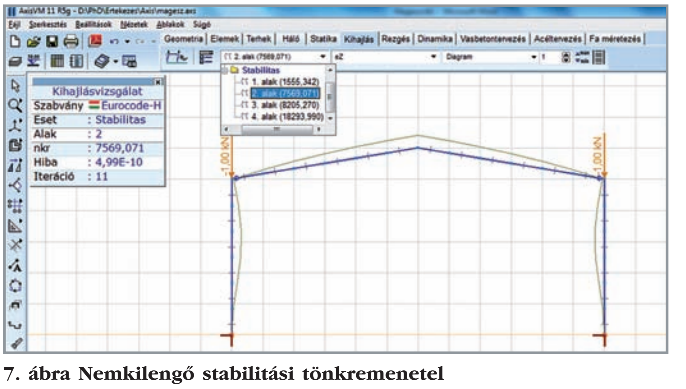
## 4. A kritikus erők és kritikus merevség meghatározása végeselemes programok alkalmazásával

A végeselemes programok kritikus erőt meghatározó modulját és az előző fejezetben megadott képletet (5) felhasználva, egyszerűen elő lehet állítani a szerkezet bilineáris „támaszmerevség – kritikus erő" diagramját.

Az Axis Vm végeselem program „kihajlás" menüpontjában a számítást több alakra futtatva, az eredmények közül az elmozdulási alakok alapján beazonosítható a kilengő *(6. ábra)* és a nemkilengő *(7. ábra)* tönkremeneteli mód, valamint megkapható az azokhoz tartozó teherszorzó. Ezen keresztül pedig a tönkremenetelt okozó kritikus erők számíthatóak.




**6. ábra Kilengő stabilitási tönkremenetel**




**7. ábra Nemkilengő stabilitási tönkremenetel**

A nemkilengő tönkremenetelhez tartozó kritikus erőt az (5)-ös összefüggésbe behelyettesítve számítható a kritikus merevség értéke. (A felső támasz elfordulási merevségét a gerenda kilengő tönkremenetelhez tartozó terhelése alapján kell meghatározni.)

## 5. A kapcsolatok elfordulási merevségének MSZ EN 1993-1-8 szerinti meghatározásának hatása a kritikus erőre és a kritikus merevségre

Az MSZ EN 1993-1-8 szabványban megadott komponens módszert alkalmazva, a kapcsolat egyes alkotóelemeinek deformációit figyelembe véve meghatározható a kapcsolat kezdeti elfordulási merevsége. A nyomatéki teherbírás 2/3-áig a merevség kezdeti értékével, az a feletti terhelés esetében a kapcsolat egyes elemeinek képlékeny tönkremenetele miatt módosított merevségi értékkel kell számolni. A módosító tényező értéke a kapcsolat típusától függően 2 és 3,5 között változik. A kezdeti merevség és a nagy nyomatéki terhelés esetén értelmezhető merevség között tehát nagy a különbség, ami befolyásolja a kritikus teher értékét.

A keretoszlop nemkilengő stabilitási vizsgálatánál, az egyszerűsített merevségi mátrix felhasználásával a (6) szerinti egyensúlyi egyenlet írható fel.

$$\begin{bmatrix} k \cdot s + k_f & k \cdot s \cdot c \\ k \cdot s \cdot c & k \cdot s + k_a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_f \\ \theta_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

A stabilitási határállapotot előidéző terheléstől kisebb teher esetén a (6)-os egyenletnek egyetlen megoldása van: $\theta_f = \theta_a = 0$. Stabilitási határállapotban a kritikus erő értékét a merevségi mátrix determinánsának zérus értékének megkeresésével kaptuk meg. A merevségi mátrix determinánsának zérus értéke ebben az esetben a megoldás szükséges, de nem elégséges feltétele. Ahhoz, hogy mindkét egyensúlyi egyenlet teljesüljön, meg kell határozni az alsó és felső csomópont elfordulását is. Stabilitási határállapotban a (6)-os egyenletnek végtelen sok megoldása van. Ezek jellegzetes tulajdonsága azonban, hogy a $\theta_f$ és a $\theta_a$ aránya állandó. Arányuk meghatározható az egyik tetszőleges felvételével és az egyenletrendszer egyik tetszőlegesen választott egyenletének a megoldásával. Hasonlóan működik a kilengő tönkremenetel esete is.

A fentiek szerint tehát a kezdeti merevség alkalmazható, hiszen a terhelést folyamatosan növelve a kritikus teher eléréséig sem kilengő, sem nemkilengő esetben nincs elfordulása a csomópontoknak.

A valós szerkezetek viselkedését vizsgálva eltérő megállapításra jutunk. A szerkezet imperfekciója miatt az eddigiekben vizsgált teherelrendezés (függőleges teher a keretsarkokon) mellett, már kis teherintenzitás esetén is keletkeznek elfordulások a csomópontokban. Ezek értéke a stabilitási tönkremenetelig folyamatosan nő. Stabilitási tönkremenetel teherszintjénél már jellemzően nagy elfordulási értékek tapasztalhatóak, melyek a merevségi módosító tényező alkalmazását támasztják alá.

A szerkezet valóságos tönkremenetele nem a kritikus teher szintjén következik be, hanem attól egy jelentősen alacsonyabb teherszinten. Ezt a teherszintet a szabvány az alul-felül ideálisan csuklós megtámasztású rudak nyomóvizsgálatai alapján meghatározott kihajlási csökkentő tényező alkalmazásával adja meg. A kritikus erő felhasználásával meghatározható a keretoszlop viszonyított karcsúsága (7) szerint, melynek függvényében a kihajlási csökkentő tényező értéke 1 és 0,1 között változik.

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{CR}}} \tag{7}$$

Ahol:

$A$ – a keretoszlop keresztmetszeti területe

$f_y$ – az anyag folyási feszültségének karakterisztikus értéke

$N_{CR}$ – a keretoszlop kritikus ereje

A szabványban meghatározott módszer tehát a kihajlási csökkentő tényező kísérleti meghatározásánál figyelembe veszi az imperfekciót. Ezt a logikát követve a kihajlási hossz (amely az $N_{CR}$ alapján számítható) meghatározásakor is számolni kell az imperfekcióval, vagyis a biztonság javára a csomóponti merevségek csökkentett értékét kell használni. A fenti megállapítás kísérleti eredményekkel történő alátámasztása túlmutat jelen cikk és kutatás határain.

Az MSZ EN 1993-1-8 szabvány szerint az acélszerkezeti kapcsolatokat merevség szerint kategóriákba kell sorolni. Adott merevség felett a kapcsolat számított merevsége helyett végtelen merevséget lehet figyelembe venni az igénybevételek meghatározásánál. Ez a határérték a keret vízszintes megtámasztásának függvényében eltérő. Azoknak a kereteknek az esetében, amelyeknél a merevítőrendszer az elmozdulásokat legalább 80%-kal csökkenti a merevítetlen keret elmozdulásaihoz képest, kevésbé merev kapcsolat is végtelen merevnek tekinthető.

A tetősíkú diafragma által biztosított megtámasztás merevsége tehát befolyásolja az oszlop–gerenda kapcsolat merevségét, az pedig visszahat a diafragma kritikus merevségére.

A komponens módszerrel meghatározott értékkel és a végtelen nagy csomóponti merevségekkel elvégzett számítások eredményei alapján megállapítható, hogy az MSZ EN 1993-1-8 szerint merevnek minősített kapcsolatok rugalmasságának elhanyagolása a tönkremenetel kilengő vagy nemkilengő módját befolyásolhatja, a keretoszlopok számított teherbírását azonban csak elhanyagolható mértékben növeli.

## 6. Összefoglalás

A keretsarkokat megtámasztó tetősíkú diafragmának hatása van a keretoszlopok teherbírására. A teherbírás-növekmény mértéke a diafragma megtámasztó hatását modellező támasz merevségének a függvénye. A támaszmerevség – kritikus erő függvény, általános esetben, jól közelíthető két egyenessel. A két egyenes meghatározásához a kilengő és a nemkilengő stabilitási tönkremenetelhez tartozó kritikus erő, illetve a kritikus merevség értékére van szükség. Jelen cikkben ezek meghatározására mutattam be egy általános, egy egyszerűsített és egy végeselemes program „kihajlás” modulját felhasználó számítási módszert.

Az acélszerkezeti csomópontok merevségének a kritikus erőre gyakorolt hatását vizsgálva megállapítottam, hogy a biztonság javára a kezdeti merevség helyett a módosító tényezők alkalmazásával csökkentett merevség alkalmazása ajánlott. A kapcsolatok számított merevsége helyett – az MSZ EN 1993-1-8 erre vonatkozó feltételeinek teljesülése esetén – végtelen merevség viszont használható, ez az egyszerűsítés a keretoszlopok teherbírásában nem okoz jelentős változást.

## 7. Köszönetnyilvánítás

A kutatás a TÁMOP-4.2.4.A/2-11/1-2012-0001 Nemzeti Kiválóság Program című kiemelt projekt keretében zajlott. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

## 8. Hivatkozások

[1] HALÁSZ Ottó, Dr.; IVÁNYI Miklós, Dr.: „Stabilitáselmélet Acélszerkezetek méretezésének elvei és módszerei”, Akadémiai Kiadó, Budapest, 2001.

[2] IVÁNYI Miklós, Dr.; KÁLLÓ Miklós, Dr.; TOMKA Pál, Dr.: „Experimental investigation of full-scale industrial building section, Stability of Steel Structures, in memory of Ottó Halász”, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1988.

[3] IVÁNYI Miklós, Dr.; KÁLLÓ Miklós, Dr.; TOMKA Pál, Dr.: „A tartószerkezet és a térelhatároló szerkezet együttműködésének figyelembevétele teherhordó acélszerkezetek képlékeny teherbírásvizsgálatában”, Budapesti Műszaki Egyetem Acélszerkezeti Tanszék, 1988. (kézirat)

[4] IVÁNYI Miklós, Dr.; KÁLLÓ Miklós, Dr.; TOMKA Pál, Dr.; BAKSAI Róbert: „Acélszerkezetű egyszintes építési rendszerekben a tartószerkezetek és a térelhatároló rendszerek együttműködésének vizsgálata (rugalmas vizsgálatok)”, Budapesti Műszaki Egyetem Acélszerkezeti Tanszék, 1985. (kézirat)

[5] E. R. BRYAN, Dr.; J. M. DAVIES, Dr.: „Stressed skin diaphragm design”, Constructional steel design, an international guide, pp.247-277, Elsevier Science Publishers, 1992.

[6] E. R. BRYAN, Dr.: „The stressed skin design of steel buildings”, Granada Publishing Ltd., 1973.