

Matematikai geodéziai számítások 7.

Súlyozott számtani közép számítása és záróhibák elosztása

Dr. Bácsatyai, László

Matematikai geodéziai számítások 7.: Súlyozott számtani közép számítása és záróhibák elosztása

Dr. Bácsatyai, László

Lektor: Dr. Benedek, Judit

Ez a modul a TÁMOP - 4.1.2-08/1/A-2009-0027 „Tananyagfejlesztéssel a GEO-ért” projekt keretében készült. A projektet az Európai Unió és a Magyar Állam 44 706 488 Ft összegben támogatta.

v 1.0

Publication date 2010

Szerzői jog © 2010 Nyugat-magyarországi Egyetem Geoinformatikai Kar

Kivonat

Ez a modul két részből áll: (1) Bemutatja, hogyan lehet meghatározni a középtájékozási szög középhibáját és súlyát, valamint a tájékozási szögek utólagos középhibáit; (2) Bemutatja egy feltételi egyenletben jelentkező ellentmondás (záróhiba) elosztásának módját az e

Jelen szellemi terméket a szerzői jogról szóló 1999. évi LXXVI. törvény védi. Egészének vagy részeinek másolása, felhasználás kizárólag a szerző írásos engedélyével lehetséges.

Tartalom

7. Súlyozott számtani közép számítása és záróhibák elosztása	1
1. 7.1 A feladat megfogalmazása	1
2. 7.2 Magyarázó ábra és a számítás képletei (középtájékozási szög)	1
3. 7.3 Záróhiba elosztása	3
4. 7.4 Számpéldák	4
4.1. 7.4.1 Súlyozott középtájékozási szög és tájékozott irányérték számítása	4
4.2. 7.4.2 Zárt szintezési poligon záróhibájának elosztása	6

7. fejezet - Súlyozott számtani közép számítása és záróhibák elosztása

1. 7.1 A feladat megfogalmazása

1. A 3441 állásponton tájékoztató irányokat mértünk a 3443, 3440, 3446 és 3447 ismert pontokra, valamint külső irányt a 999 pontra.

Meghatározandók:

- tájékoztató szögek, z_i
- tájékoztató szögek súlyai km egységben, $p_i = d_i$
- középtájékoztató szög a 3441 ponton, z_k
- tájékoztató szögek javításai, v_i
- súlyegység utólagos középhibája, μ_0
- 3441-999 irány tájékozott irányértéke, $\delta'_{3441999}$
- középtájékoztató szög középhibája és súlya, μ_{z_k}, P_{z_k}
- tájékoztató szögek utólagos középhibái, μ_l .

1. Szintezési poligon kiegyenlítése: zárt szintezési poligonban adottak az egyes szintezési vonalak hosszai km egységben, a szintezési vonalakra vonatkozó oda-vissza mért magasságkülönbségek, valamint a poligon egy ismert tengerszint feletti magasságú pontja.

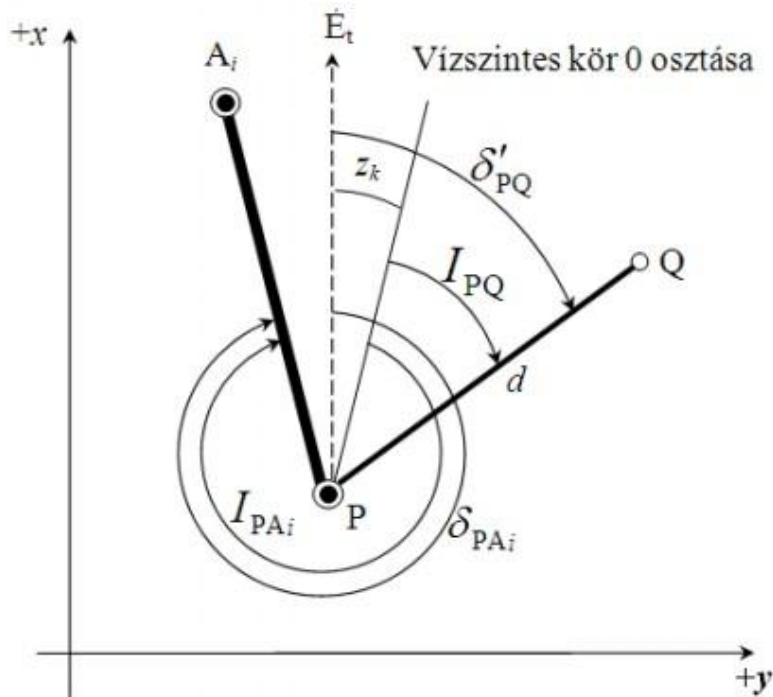
Meghatározandók a szintezési vonalak mérési javításai, a súlyegység középhibája, a kiegyenlített magasságkülönbségek és középhibáik, valamint a poligonban lévő magassági alappontok tengerszint feletti magasságai

Leadandók különálló borítólapba foglalva mindkét feladatnál:

- A feladatkiírás és a kiinduló adatok (feladatlapba foglalva),
- Számítások listája táblázatos formában a részeredményekkel együtt.

A feladatot az EXCEL használata nélkül, manuálisan, zsebkalkulátorral kell megoldani, s a felhasznált képletekkel és tájékoztató szöveges információkkal együtt – különálló borítólapba foglalva - kézzel írott, vagy Microsoft Word formátumban kell leadni.

2. 7.2 Magyarozó ábra és a számítás képletei (középtájékoztató szög)



Számítási képletek:

$$\delta_{PA_i} = \frac{\Delta y_{PA_i}}{\Delta x_{PA_i}} = \arctan \frac{y_{A_i} - y_P}{x_{A_i} - x_P} \quad (i = 1, 2, \dots)$$

Tájékozói irányok irányszöge:

$$d_{PA_i} = \sqrt{\Delta y_{PA_i}^2 + \Delta x_{PA_i}^2} = \sqrt{(y_{A_i} - y_P)^2 + (x_{A_i} - x_P)^2}$$

Tájékozói irányok hossza:

$$z_i = \delta_{PA_i} - I_{PA_i}$$

Tájékozási szögek:

$$\text{Tájékozási szögek súlyai km egységben, } p_i = d_{PA_i}$$

$$z_k = \frac{\sum_{i=1}^m p_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^m p_i}$$

Súlyozott középtájékozási szög:

$$\text{Javítások: } v_i = z_i - z_k$$

Javítások:

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n p_i \cdot v_i^2}{n-1}}$$

A súlyegység középhibája:

$$p_{z_k} = \sum_{i=1}^n p_i$$

A középtájékozási szög súlya:

$$\mu_{z_s} = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_{z_s}}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n p_i \cdot v_i^2}{\left(\sum_{i=1}^n p_i\right) \cdot (n-1)}}$$

A középtájékozási szög középhibája:

$$\mu_i = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_i}}$$

Tájékozási szögek utólagos középhibái:

3. 7.3 Záróhiba elosztása

A mérési eredmények (előjelhelyes) összegének egy megadott számértéknek kell lenni!

A számítás képletei:

Feltételi egyenlet:

$$u_1 + v_1 + u_2 + v_2 + u_3 + v_3 + \dots = U$$

u_1, u_2, u_3, \dots - mérési eredmények

v_1, v_2, v_3, \dots - mérési eredmények javításai

U - a mérési eredmények összegének hibátlan (vagy hibátlannak tekinthető) értéke

Záróhiba:

$$\Delta = U - (u_1 + u_2 + u_3 + \dots) = U - \sum u_i;$$

$$v_1 + v_2 + v_3 + \dots = \Delta$$

Az egyes javításoknak a mérési eredményhez tartozó súllyal fordított arányban kell lenni. Nagyobb súlyú mérési eredményhez kisebb, kisebb súlyú méréshez nagyobb javítás tartozik, ezért a javításokat a súlyokkal fordított arányban vesszük fel:

$$v_1 = \frac{k}{p_1}; \quad v_2 = \frac{k}{p_2}; \quad v_3 = \frac{k}{p_3}; \quad \dots\dots$$

k - ismeretlen számérték, a korreláta.

A súlyok reciprocai:

$$\frac{1}{p_1} = q_1; \quad \frac{1}{p_2} = q_2; \quad \frac{1}{p_3} = q_3; \quad \dots\dots$$

Javítások:

$$v_1 = q_1 \cdot k; \quad v_2 = q_2 \cdot k; \quad v_3 = q_3 \cdot k; \quad \dots\dots$$

Javítások összege:

$$q_1 \cdot k + q_2 \cdot k + q_3 \cdot k + \dots = \Delta$$

$$q_1 \cdot k + q_2 \cdot k + q_3 \cdot k + \dots + l = 0 \quad (l = -\Delta)$$

A korreláta:

$$k = -\frac{l}{\sum_i q_i}$$

A javítások négyzetösszege:

$$\sum_i p_i \cdot v_i^2 = k^2 \cdot \sum_i \frac{1}{q_i} \cdot q_i^2 = \frac{l^2}{\left(\sum_i q_i\right)^2} \sum_i q_i = \frac{l^2}{\sum_i q_i}$$

A súlyegység középhibája (1 fölös mérés):

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{\sum_i p_i \cdot v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\sum_i p_i \cdot v_i^2}$$

Egy mérési eredmény középhibája:

$$\mu_i = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_i}}$$

Zárt szintezési poligonban a szintezési vonalra vonatkozó magasságkülönbségek előjelhelyes összege zérus!

4. 7.4 Számpéldák

4.1. 7.4.1 Súlyozott középértékszámítás és tájékozott irányérték számítása

Kiinduló adatok (feltételezzük, hogy a kiinduló adatok hibátlanok):

Pontszám	Koordináták	
	y (m)	x (m)
3440	658031,81	247985,58
3441	657867,11	248275,35
3443	658352,46	248000,55
3446	658077,70	247431,38
3447	657310,23	247123,54

Súlyozott számtani közép számítása
és záróhibák elosztása

Íránymérési eredmények:

Álláspont Száma	Írányzott pont száma	Írányérték I
3441	999	125-14-48
	3443	237-01-18
	3440	267-53-34
	3446	283-30-02
	3447	323-18-45

Számítás:

Álláspont száma	Sorszám	Írányzott p. száma	Írányérték I	Távolság d	Táj. Szög z_i	Írányszög/ Táj. irányért. $I+z_k$
3441		999	125-14-48	-	-	7-44-18
	1	3443	237-01-18	557,75	242-29-47	119-31-05
	2	3440	267-53-34	333,31	242-29-39	150-23-13
	3	3446	283-30-02	869,85	242-29-20	165-59-22
	4	3447	323-18-45	1279,37	242-29-26	205-48-11
				$z_k =$	242-29-30	

Ír. pont száma	z_i	$p_i = d_i$ ” ² (km)	$p_i \cdot z_i$	z_k	$v_i = z_i - z_k$	$p_i \cdot v_i$	$p_i \cdot v_i^2$	μ_0	$\mu_i = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_i}}$ ”
3443	47	0,56	26,32	29,6	17,4	9,744	169,55	9,9	13,2
3440	39	0,33	12,87		9,4	3,102	29,16		17,2
3446	20	0,87	17,40		-9,6	-8,352	80,18		10,6
3447	26	1,28	33,28		-3,6	-4,608	16,59		8,8
Sum		3,04	89,87			-0,114	295,48		

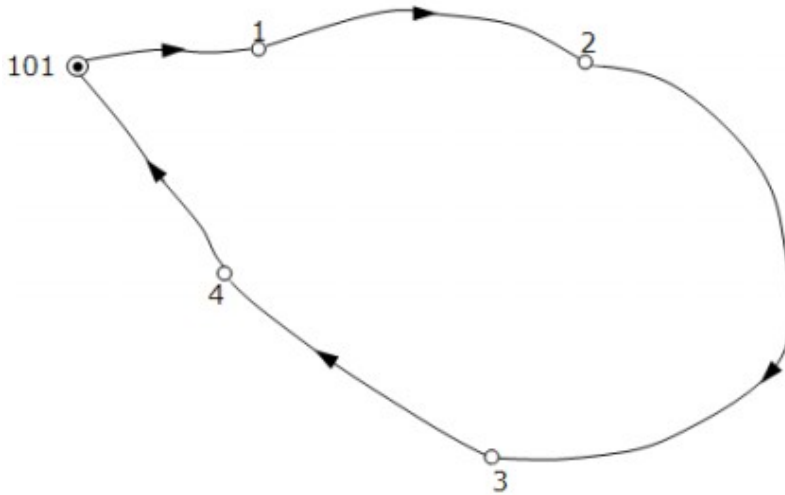
$$p_{z_k} = \sum_{i=1}^n p_i = \frac{3,04}{n^2}$$

A középtájékozási szög súlya:

$$\mu_{z_k} = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_{z_k}}} = \pm 5,7''$$

A középtájékozási szög középhibája:

4.2. 7.4.2 Zárt szintezési poligon záróhibájának elosztása



Kiinduló adatok:

A pont száma	Távolság (d, km)	Mérési eredmények (m)		Tengerszint feletti magasság (m)
		O d a	V i s s z a	
101				128,948
1	0,5	+2,348	-2,350	
2	1,0	-1,848	+1,856	
3	2,0	+0,420	-0,406	
4	1,5	-1,038	+1,049	
101	0,7	+0,112	-0,104	128,948

A pont száma	Távolság					

Súlyozott számtani közép számítása
és záróhibák elosztása

(d, km)	$q_i = d,$	Méré- si ered- mény- ek u_i (m)	v_i (mm)		Kiegyen- ített magassá- g- különbsé- g (m)	Tengerszint feletti magasság (m)	
			Oda	Vissza			
101							128,948
1	0,5	0,5 2,0	+2,348	-2,350	+2 + 2,349	2,351 $\pm 7,7$ mm	131,299
2	1,0	1,0 1,0	-1,848	+1,856	+5 -1,852	-1,847 $\pm 10,9$ mm	129,452
3	2,0	2,0 0,5	+0,420	-0,406	+9 +0,413	+0,422 $\pm 15,4$ mm	129,874
4	1,5	1,5 0,7	-1,038	+1,049	+7 -1,044	-1,037 $\pm 13,0$ mm	128,837
101	0,7	0,7 1,4	+0,112	-0,104	+3 +0,108	+0,111 $\pm 9,2$ mm	128,948
Σ		5,7	-0,006	+0,045	-0,026		$\Delta = -l = +26$ mm

A korreláta:

$$k = -\frac{l}{\sum_i q_i} = \frac{\Delta}{\sum_i q_i} = \frac{26}{5,7} \approx 4,6$$

A javítások:

$$v_i = q_i \cdot k = 4,6 \cdot q_i$$

A súlyegység középhibája:

$$\mu_0 = \pm \sqrt{\frac{l^2}{\sum_i q_i}} = \pm \sqrt{\frac{26^2}{5,7}} \approx \pm 10,9$$

A kiegyenlített magasságkülönbségek középhibái:

$$\mu_1 = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_1}} = \pm 7,7 \text{ mm} \quad ; \quad \mu_2 = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_2}} = \pm 10,9 \text{ mm} \quad ; \quad \mu_3 = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_3}} = \pm 15,4 \text{ mm} \quad ;$$

$$\mu_4 = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_4}} = \pm 13,0 \text{ mm} \quad ; \quad \mu_5 = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_5}} = \pm 9,2 \text{ mm}$$

Irodalomjegyzék

Bácsatyai László: *Kiegyenlítő számítások, elektronikus jegyzet pdf formátumban*, NYME Geoinformatikai Kar, Székesfehérvár,

Tarsoly Péter: *Geodézia II. Jegyzet*, NYME Geoinformatikai Kar, Székesfehérvár, 2009.