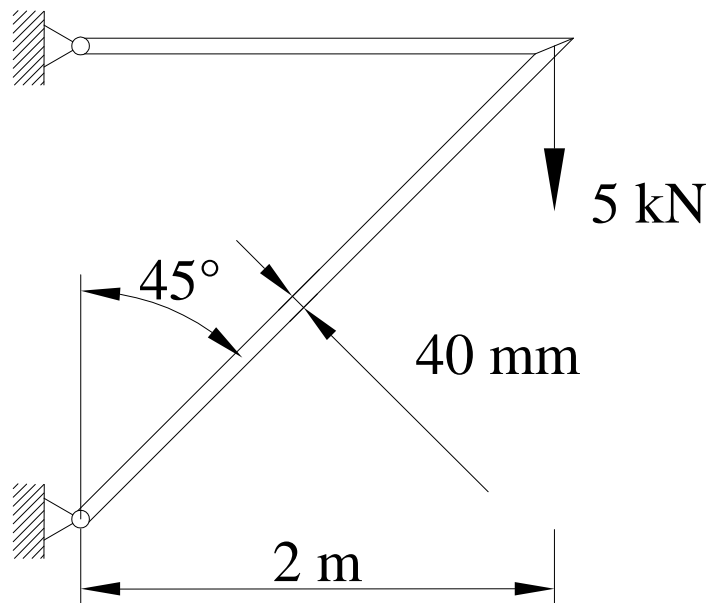


CAD-CAM-CAE Példatár

A példa megnevezése:	VEM Rudak térbeli kihajlása
A példa száma:	ÓE-A04
A példa szintje:	alap – közepes – haladó
CAX rendszer:	
Kapcsolódó TÁMOP tananyag rész:	VEM
A feladat rövid leírása:	Falra szerelt konzolos tartó nyomott rúdjának kihajlásának vizsgálata végelem rendszerrel.

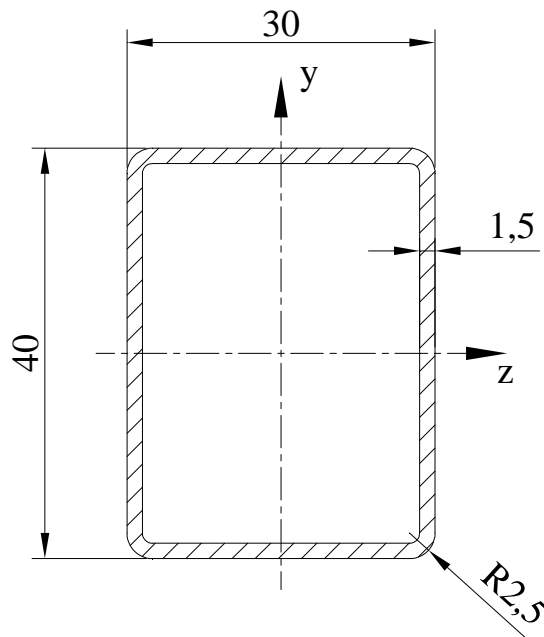
1 A feladat

A 4.1 ábra szerinti falra szerelt konzolra 5000 N terhet függesztünk. A konzol a falra szerelt tartóhoz csapszegekkel csatlakozik, melyek lehetővé teszik a tartó síkjára merőlegesen mutató Z tengely körüli elfordulást, de a további öt szabadságfokot megkötik. A tartó NSz40x30x1,5 négyszögszelvényekből készül, úgy, hogy a 4.1 ábra szerint a szelvény nagyobb szélessége a tartó síkjába esik.



4.1. ábra. A vizsgálandó tartó

Az alkalmazott szelvény geometriai méreteit és a végeleemes modell szerinti, elemhez kötött koordináta rendszer y-z tengelyeit a 4.2 ábra mutatja. A modellezés során fontos az y tengely iránya, mivel ezt határozza meg az elemek harmadik csomópontja, ami orientálja a szelvényt a térben (Bővebben lásd a tananyag 10. fejezetében a BEAM3D elemek tulajdonságainál.)



4.2. ábra. Az alkalmazott szelvény és az elemhez kötött koordináta rendszer

A szelvény keresztmetszeti tulajdonságai a szabvány alapján a 4.2 ábrán feltüntetett jelölésekkel:

$$A = 1,97 \text{ cm}^2,$$

$$I_z = 4,43 \text{ cm}^3,$$

$$i_z = 1,5 \text{ cm},$$

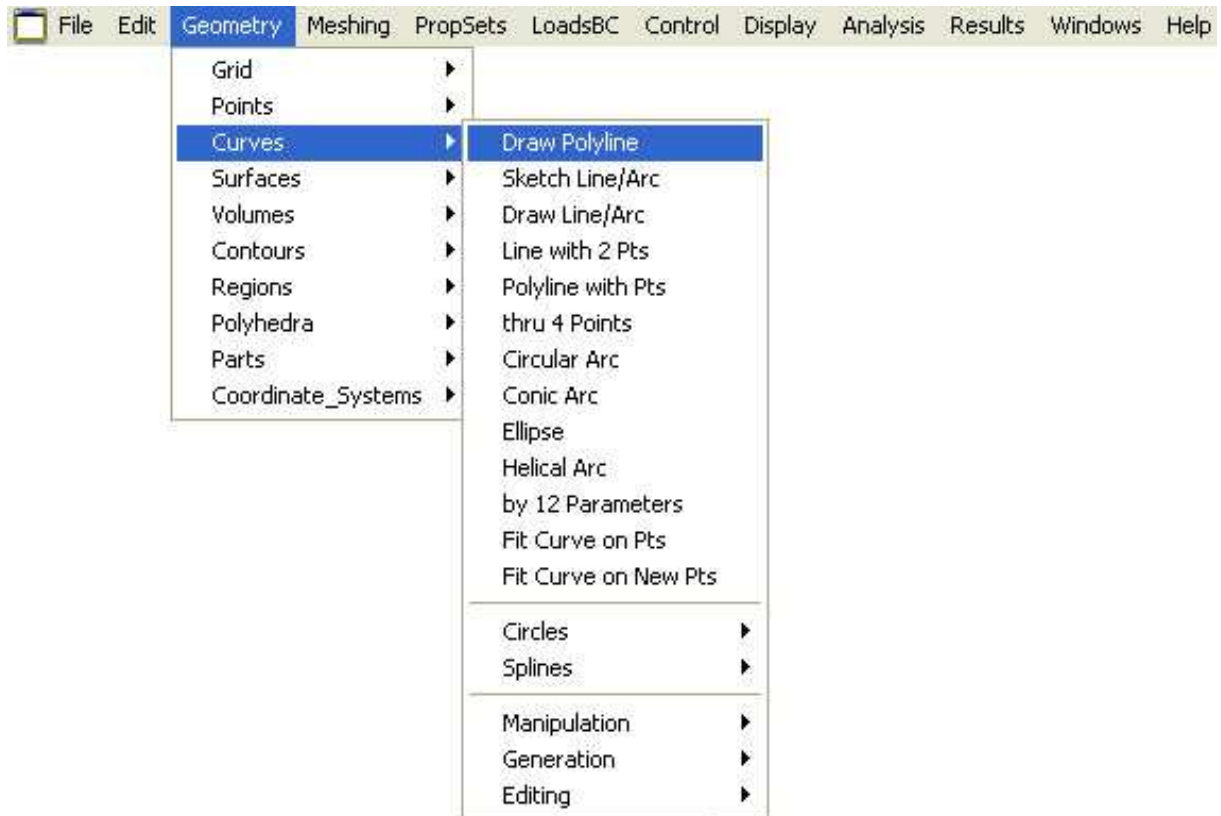
$$I_y = 2,83 \text{ cm}^3,$$

$$i_y = 1,2 \text{ cm}.$$

2 A feladat megoldása

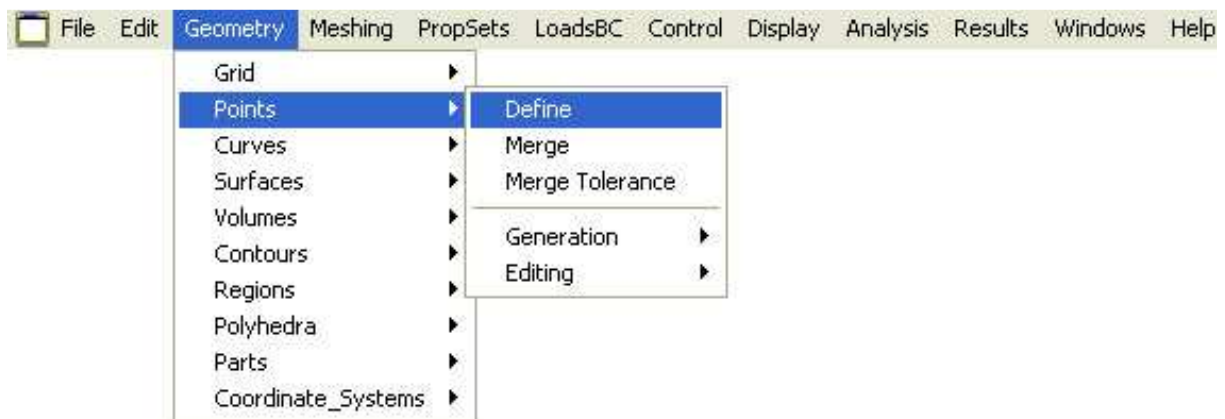
A rúdszerkezetek globális stabilitásvesztésének vizsgálatához felépítendő végeselem modell mind a TRUSS2D, TRUSS3D mind pedig a BEAM2D, BEAM3D feladatok esetében megegyezik a lineáris statikai vizsgálatok során bemutatott modellalkotással. Ezekkel a modellekkel a tananyag 4, 6, 8. és a példatár 1-3 fejezetei már foglalkoztak.

Első lépésként létre kell hozni a végeselem háló generálása során felhasználandó geometriai modellt. A feladat olyan egyszerű felépítésű, hogy a szerkesztést könnyen elvégezhessük a modellező saját geometriai szerkesztőjében is. A rudakat megtestesítő egyenesek létrehozása a 4.3 ábra alapján történik.



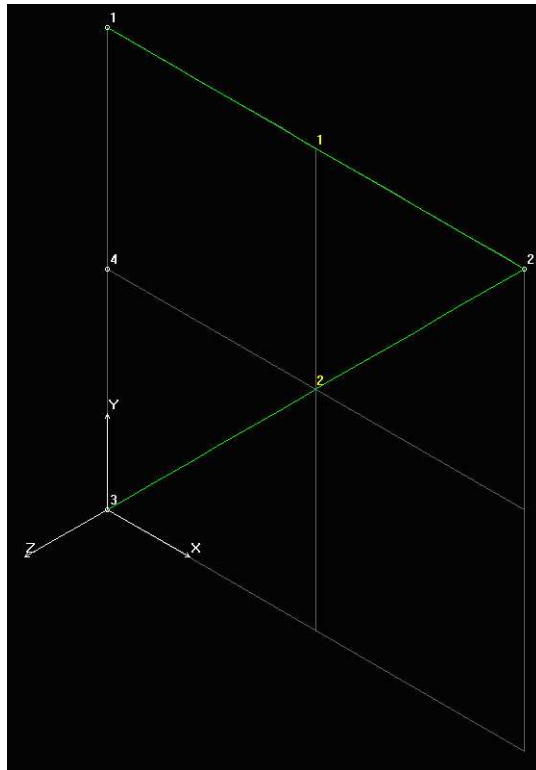
4.3. ábra. Az egyenesek létrehozása

A BEAM3D elemek térbeli orientációjának meghatározására szükségünk lesz egy, a szelvény 4.2 ábrán jelölt y tengelyének irányát meghatározó geometriai pontra. A 4.1 ábra szerinti szelvény elhelyezés esetén ez a pont a két egyenes síkjában fekszik. Egy pont megadását mutatja a 4.4 ábra.



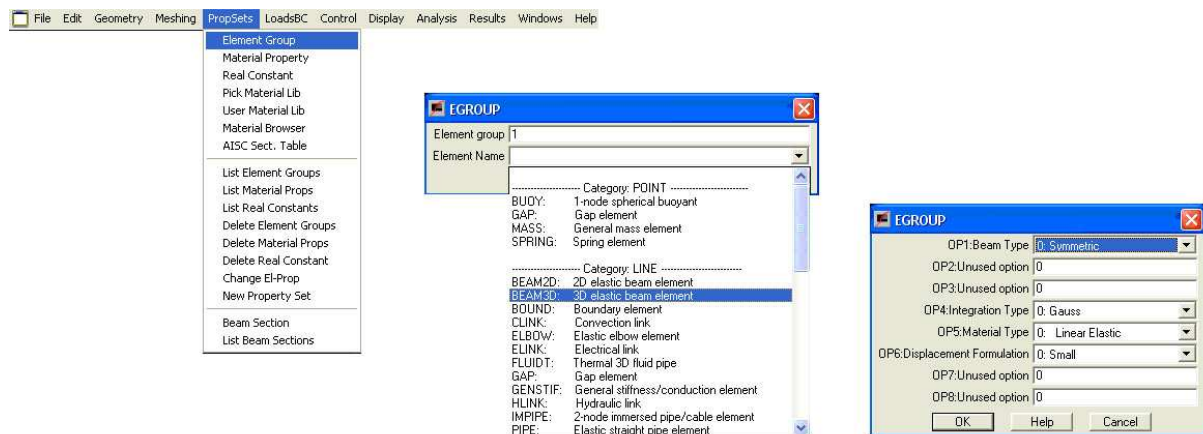
4.4. ábra. Geometriai pont megadása

Az elkészült geometriai modellt az egyenesek és pontok sorszámaival a 4.5 ábra mutatja. Bár a teljes geometriai modell a globális koordináta rendszer X-Y síkjában fekszik, a megoldás során látni fogjuk, hogy valójában egy térbeli feladatot kell megoldani.



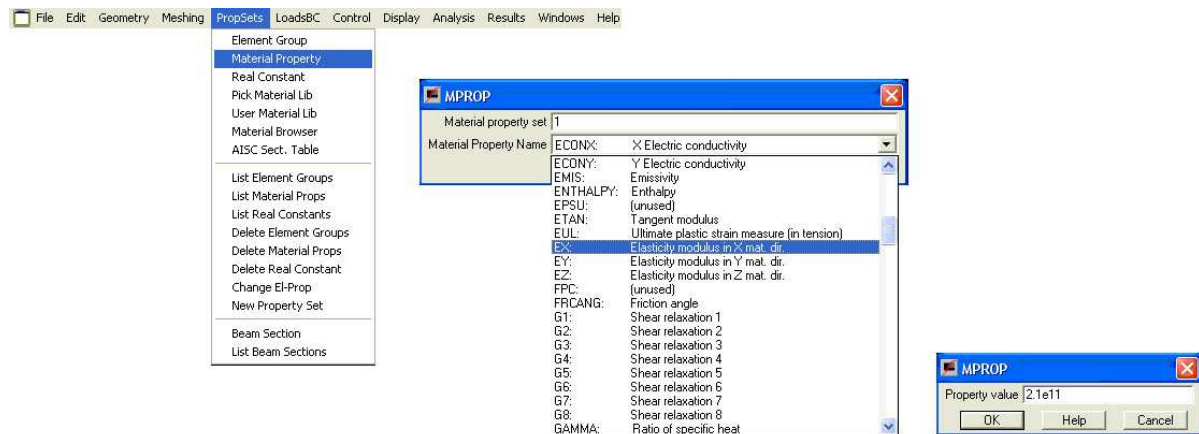
4.5. ábra. A kész geometriai modell

Következő lépésben meghatározzuk a végeselemek tulajdonságait. Elsőként az alkalmazandó elemcsoportot kell megválasztani a 4.6 ábra szerint. A rudak modellezéséhez 3D elemeket kell használni, mert a szelvény ugyan szimmetrikus, de az elem y és z tengelyére számított keresztmetszeti tulajdonságok nem azonosak.



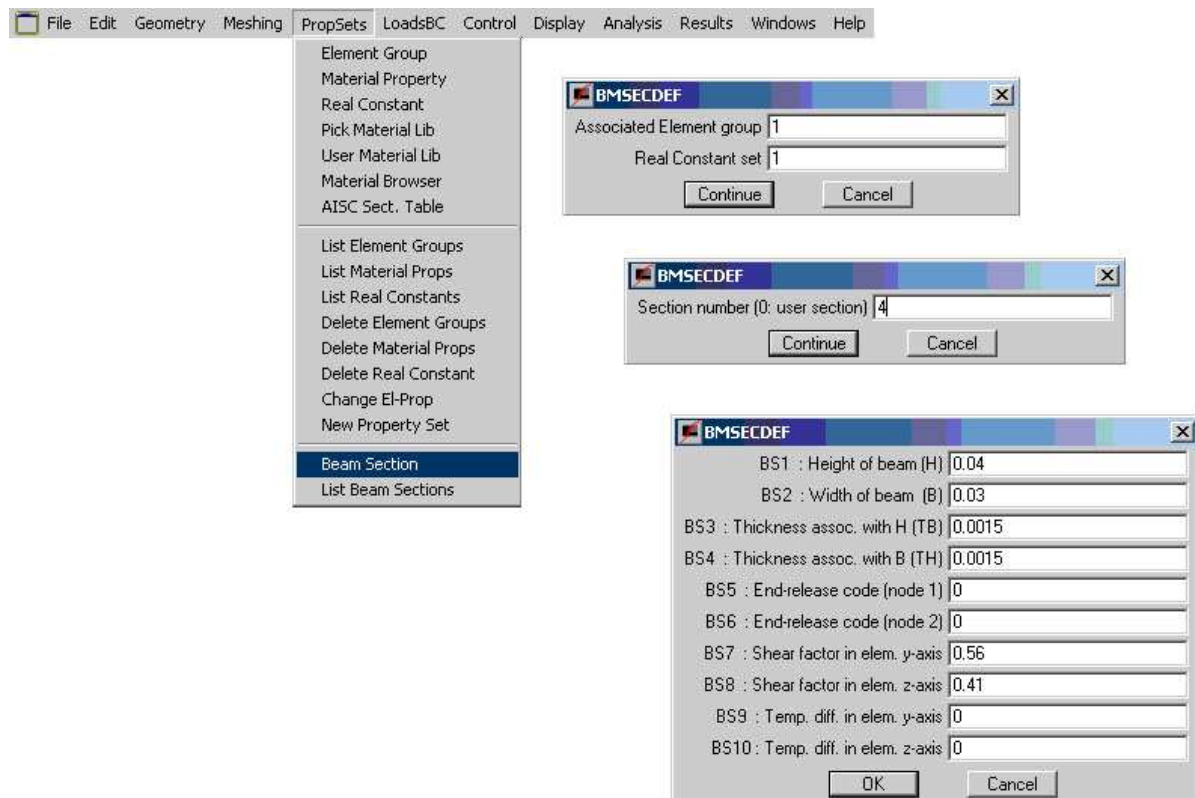
4.6. ábra. Az elemcsoport meghatározása

A következő lépésben a 4.7 ábra alapján az anyagtulajdonságokat kell megadni. A feladat megoldásához elegendő megadni az acél rugalmassági modulusát. Ha az önsúlyt vagy más gyorsulásból származó tehetetlenségi erőket illetve a hőmérsékletváltozás hatásait is szeretnénk figyelembe venni, akkor természetesen további anyagtulajdonságokat kellene megadni pl. hőtágulási együttható, sűrűség.



4.7. ábra. Az anyagtulajdonságok meghatározása

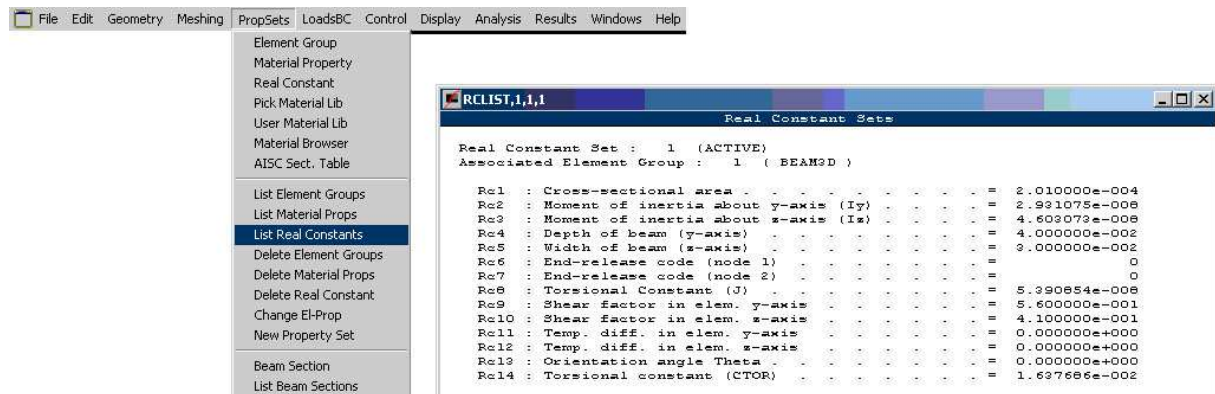
Végül pedig meg kell határozni a rudak keresztmetszeti tulajdonságait. Erre két lehetőségünk van. Egyrészt a keresztmetszeti tulajdonságok közvetlenül megadhatók bármilyen szelvényre. Erre láthatunk példát a tananyag 8. és a példatár 3. fejezeteiben. Másik lehetőség, hogy felhasználjuk a végeelemes modellezők által nyújtott segítséget, nevezetesen hogy a gyakran használt szelvényalakok tulajdonságai megadhatók a szelvény természetes méreteivel is. Erre mutat példát a 4.8 ábra. Az ábrán szereplő szelvény szám (Section number 4) a lekerekítések nélküli, üreges téglalap szelvényt jelenti.



4.8. ábra. A keresztmetszeti tulajdonságok megadása

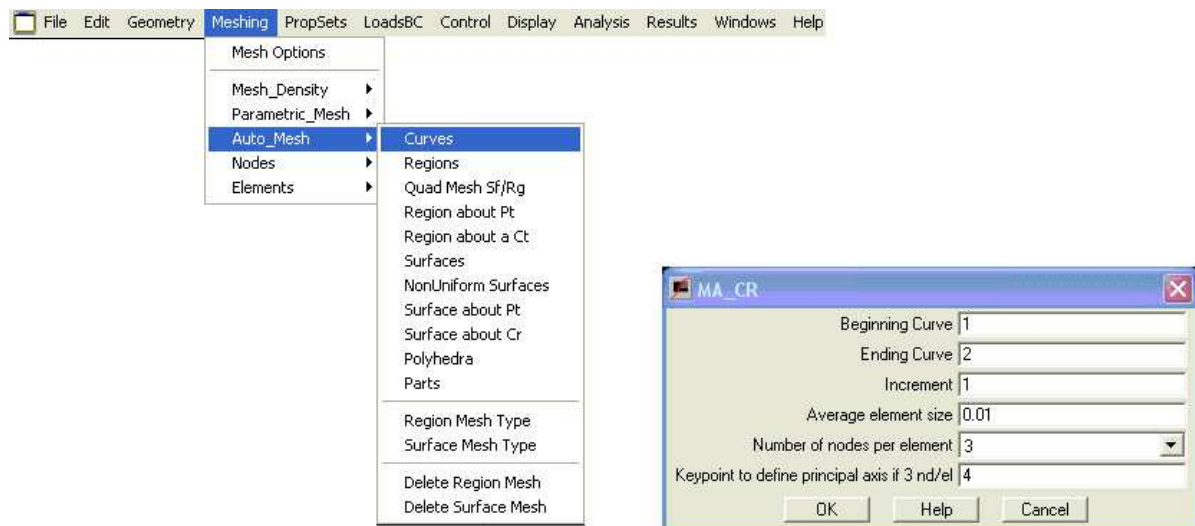
Célszerű a program által számított keresztmetszeti adatokat ellenőrizni a 4.9 ábra alapján. A számszerű értékekből megállapítható, hogy azok alig térnek el a 4.1 fejezet végén

megadott valós keresztmetszeti adatoktól. Az eltérés oka, hogy a program által számított szelvény téglalap alakú, nem tartalmaz lekerekítéseket. Előnye viszont az eljárásnak, hogy nem kell külön kiszámítani a szelvény csavarási másodrendű nyomatékát (az ábrán RC8 J) valamint a csavarásból származó legnagyobb τ feszültség helyét meghatározó állandót (az ábrán RC14 CTOR). Ezeket az értékeket kör és körgyűrű esetén könnyen és pontosan meg lehet határozni. Más szelvények esetében azonban valamilyen közelítő eljárást kell alkalmazni. Erre láthatunk példát a tananyag 8. fejezetében, ahol vékony falu nyitott szelvények esetében alkalmazható Weber féle közelítő számítást használtunk. Jelen esetben és általában vékony falú zárt szelvények esetében ezeket a keresztmetszeti tulajdonságokat a Bredt képlet alapján számíthatnánk.



4.9. ábra. A keresztmetszeti tulajdonságok listázása

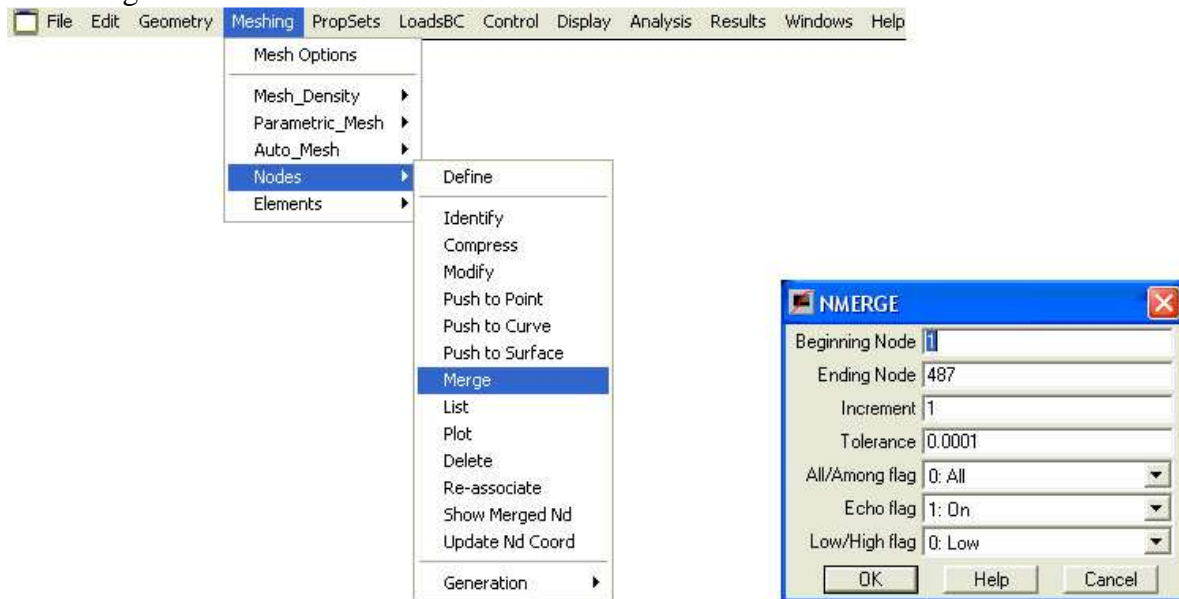
A végelemek tulajdonságainak megadását a végelem háló generálása követi a 4.10 ábra szerint. A felhasznált elemek három csomópontosak, harmadik csomópontjuk, mely az elemhez kötött koordináta rendszer y tengelyének irányát jelöli ki, a tartó síkjában megadott geometriai pontba kerül.



4.10. ábra. A végelem háló létrehozása

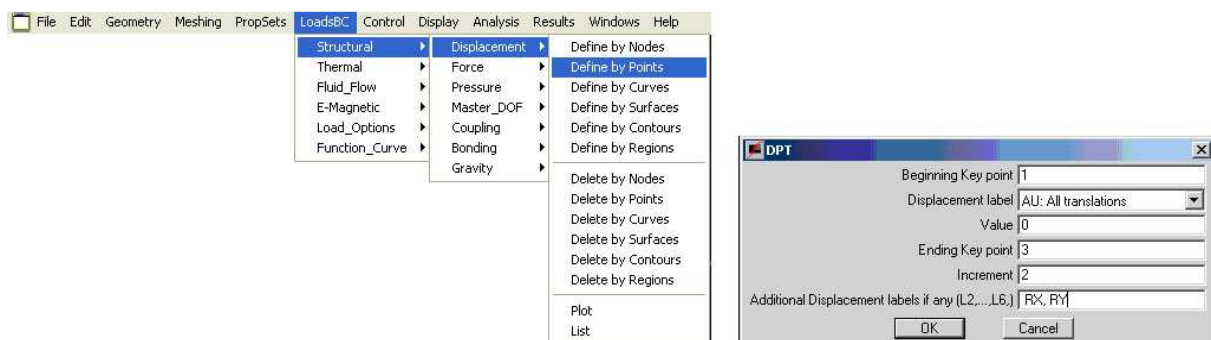
A végelem háló létrehozásakor a rudak közös végpontjában két, egymástól független csomópont jön létre. A rudak illetve az azokat leíró végelemek közötti kapcsolatot a 4.11

ábra alapján hozhatjuk létre. A csomópontok egyesítése egy merev kapcsolatot eredményez a két rúdvég között.



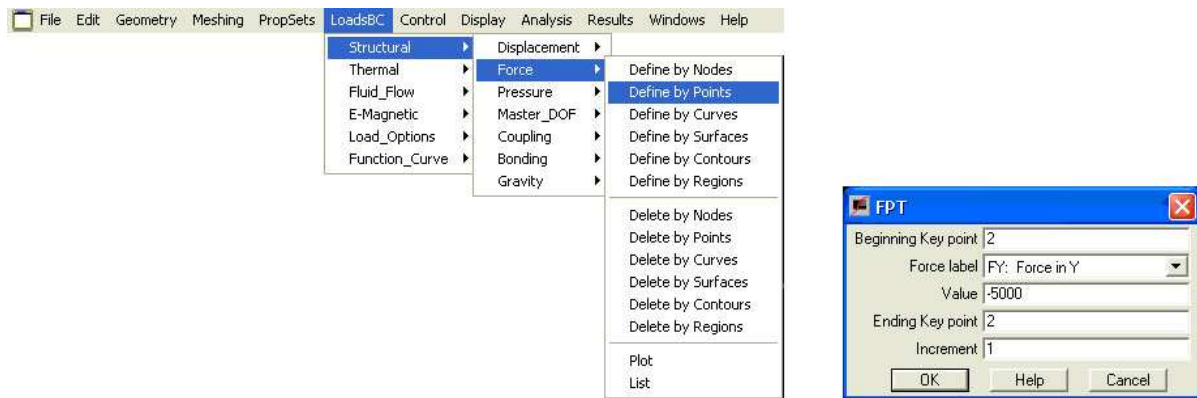
4.11. ábra. A rúdvégi csomópontok egyesítése

Következő lépésben meghatározzuk a tartó két rúdjának falhoz történő csatlakozását. A feladatleírás szerint a rudak csapszegekkel csatlakoznak a fali konzolokhoz. Ez azt jelenti, hogy a rudak a globális koordináta rendszer szerint Z tengely körül szabadon elfordulhatnak, további két elfordulási és három elmozdulási szabadságfokuk azonban kötött. Ezeket az elmozdulási kényszereket a 4.12 ábra szerint adhatjuk meg. Fontos megjegyezni, hogy a támaszok ilyen meghatározása miatt a tartó külsőleg statikailag határozatlan, de ez a megoldás menetét nem befolyásolja.



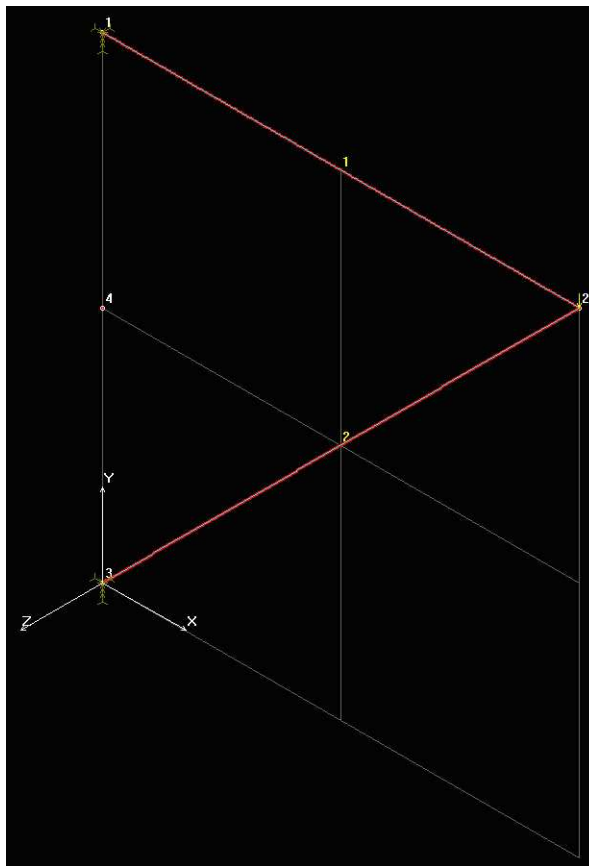
4.12. ábra. A megfogások definiálása

Végül meg kell adni a terhelő erőt a 4.13 ábra alapján.



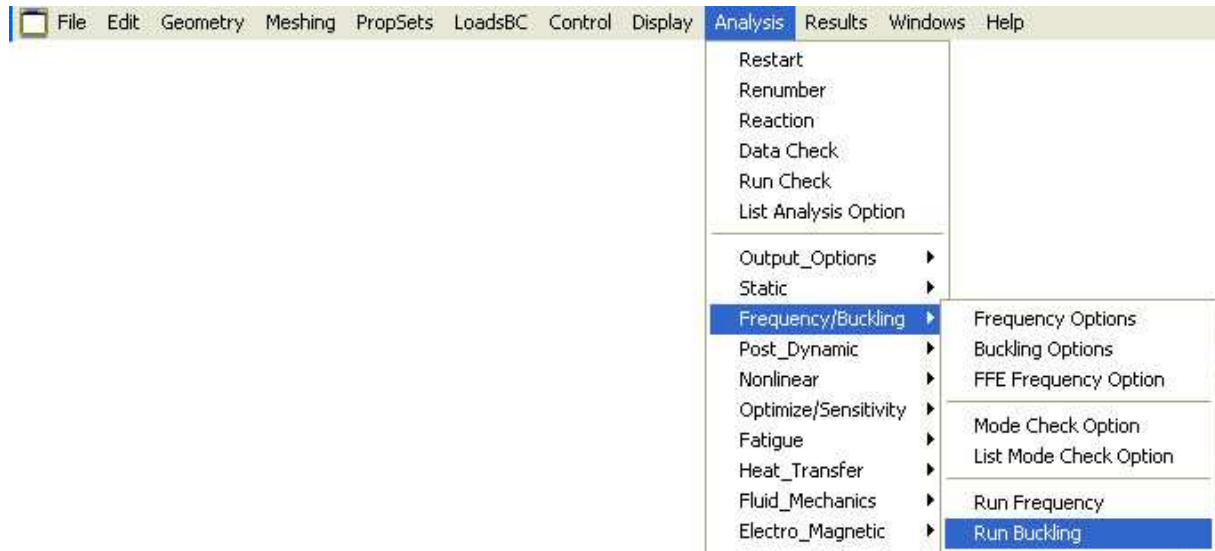
4.13. ábra. A terhelő erő megadása

Az elkészült végelem modell a 4.14 ábra mutatja.



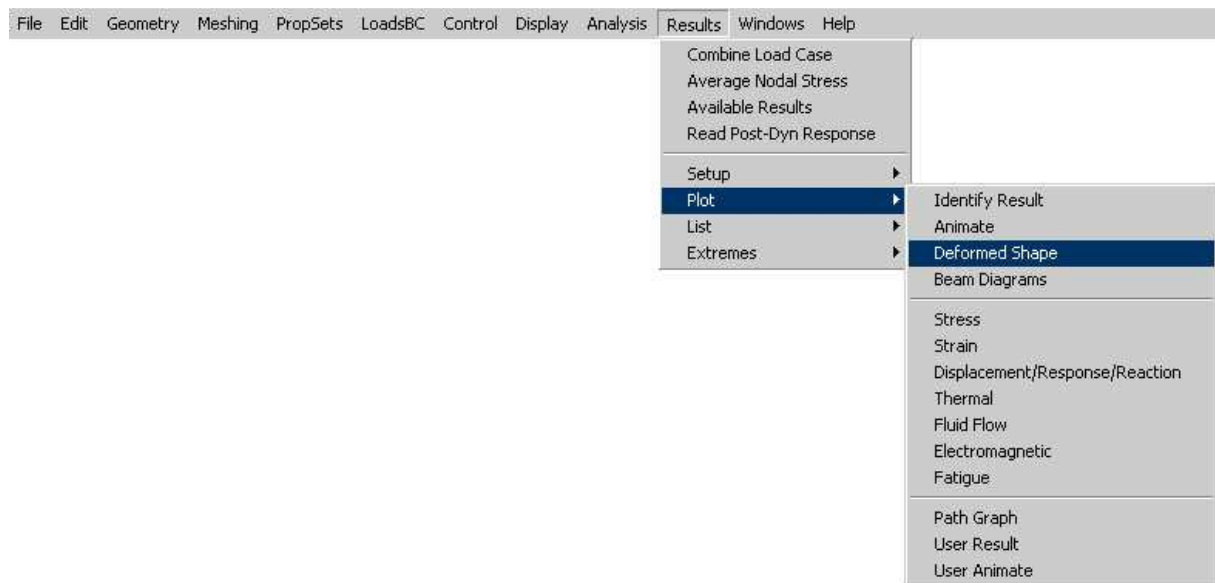
4.14. ábra. Az elkészült végelem modell

A modell eddigi felépítése teljesen megegyezik a lineáris statikai modellezés fejezeteiben bemutatott modellek felépítésével, ami azt is jelenti, hogy a feladatok megoldása során nem kell külön modellt építeni, a deformációk és feszültségek vizsgálatához futtatható a statikai megoldók, a kihajlások elemzése pedig a 4.15 ábra szerint történik.



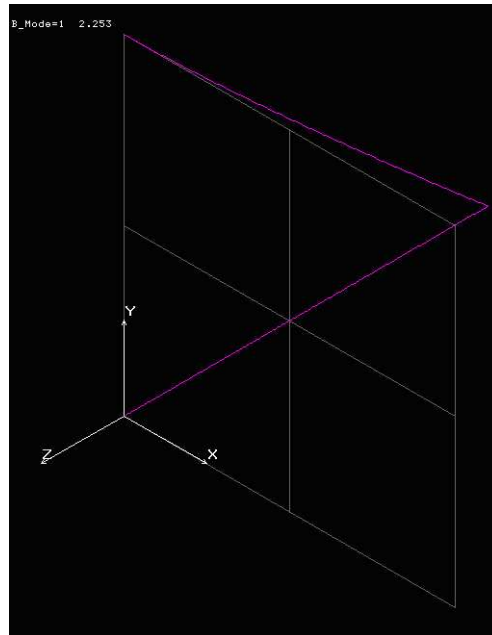
4.15. ábra. Az elemzés futtatása

A kihajlás elemzés eredményeinek megjelenítésére kevés eszköz áll rendelkezésre. A grafikus információk a 4.16 ábra szerint, mint deformált alak jeleníthetők meg.



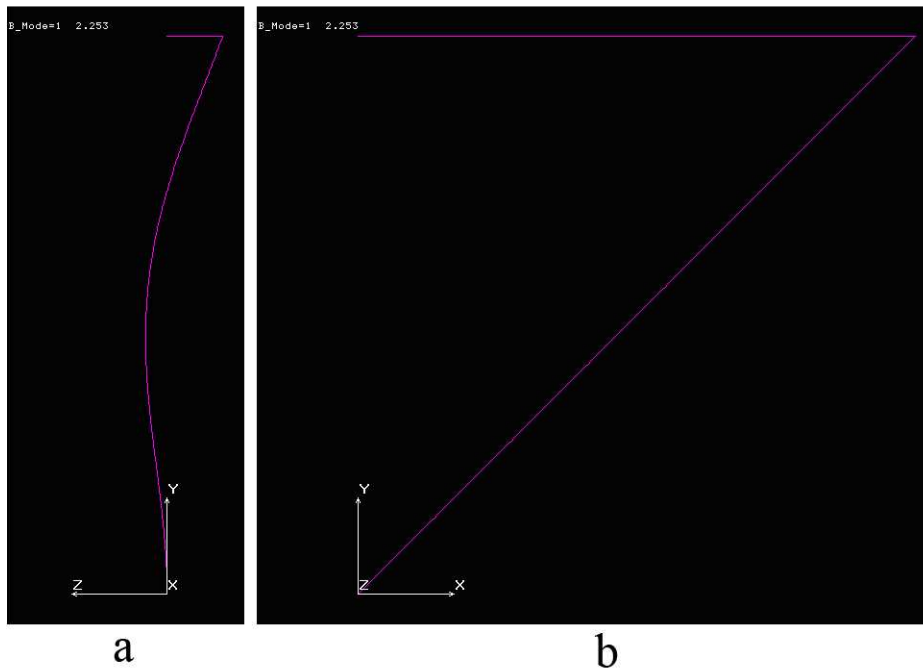
4.16. ábra. Az eredmények megjelenítése grafikusán

A kapott eredményt a 4.17 ábra szemlélteti.



4.17. ábra. Az eredmények megjelenítése grafikusán

A 4.18 ábra ugyanezeket az eredményeket mutatja be merőleges vetületekként. A görbülten rajzolt rúd a kihajlással veszélyeztetett rudat jelenti, a megváltozott alak megfelel a rúd kihajlás utáni alakjának. Csak a 4.18 /a ábrán látunk alakváltozást, a szerkezet nyomott rúdja kihajlik a tartó síkjából, míg a 4.18 /b ábrán nincs alakváltozás. Ez megfelel várakozásunknak, hiszen a rúd a kisebbik másodrendű nyomaték szerint y tengelye körül hajlik meg. Látható az is, amit korábban már megjegyeztünk, hogy ezt 2D elemek használatával nem lehetett volna modellezni.

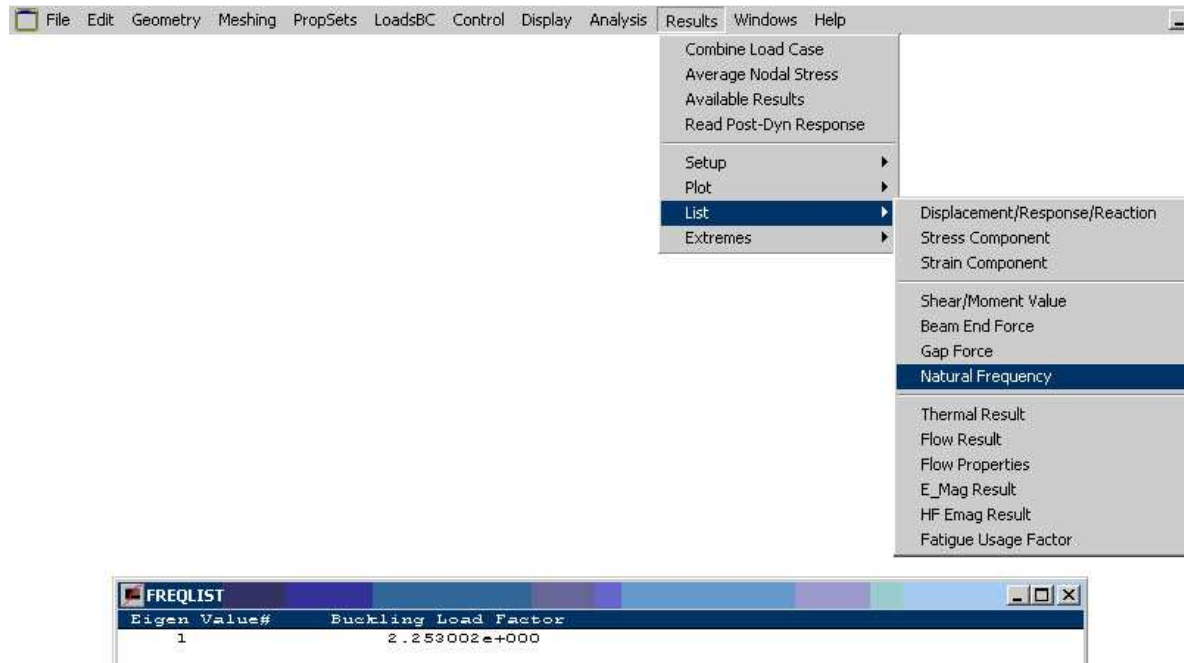


4.18. ábra. Az eredmények megjelenítése merőleges vetületen

Az eredmények számszerű megjelenítésére is van lehetőség a 4.19 ábra alapján. A kapott eredmény a kihajlással szembeni biztonsági tényező:

$$BLF = \frac{F_{\text{törő}}}{F}$$

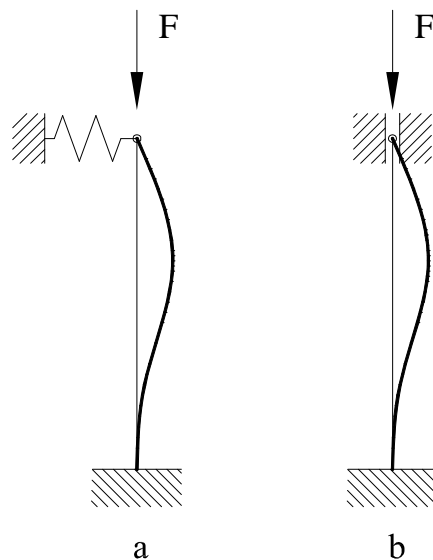
Ha a biztonsági tényező értéke nagyobb mint egy, akkor a szerkezetben nem jön létre kihajlás, ha kisebb, akkor pedig biztosan létrejön. Ha értéke negatív szám, akkor csak a terhelés irányának megfordítása esetén jöhet létre kihajlás (a rúd húzott).



4.19. ábra. A számszerű eredmények megjelenítése

3 A kapott eredmények ellenőrzése

A szilárdságtan kihajlási feladatainak megoldása során feltételezzük, hogy a kihajlás után a rúd valamilyen, a rúdvégek megfogásától függő alakot vesz fel. A mi esetünket a 4.20 a, ábrán bemutatott alak jellemzi, ahol a rúd felső végén rugalmas megfogás van, amelynek jellemzőit a vízszintes rúd alakváltozása adja. Ezt a rugalmas megfogást mellőzve a számítást a 4.20 b, ábrán bemutatott modell szerint végezzük.



4.20. ábra. Az ellenőrzéshez használt kihajlási alak

A feladatban szereplő nyomott rúdban keletkező nyomófeszültség:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{7070 \text{ N}}{197 \text{ mm}^2} = 35,89 \text{ MPa}$$

A rúd kihajlási hossza:

$$l_0 = 0,7 \cdot l = 0,7 \cdot 2,83 \text{ m} = 1,98 \text{ m}$$

A rúd karcsúsága:

$$\lambda = \frac{l_0}{i_{\min}} = \frac{198 \text{ cm}}{1,2 \text{ cm}} = 165$$

Ennek alapján a törőfeszültség meghatározását az Euler formula szerint végezzük:

$$\sigma_{\text{törő}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = 76 \text{ MPa}$$

A biztonsági tényező értéke:

$$n = \frac{\sigma_{\text{törő}}}{\sigma} = 2,12$$

A végeselemes modellezés során kapott eredményektől való eltérés oka, hogy a 4.18 /a ábrán jól látható, hogy a rúd vége oldalirányban elmozdul, ezzel a kihajlási félhullámhossz kismértékben megváltozik.

Fontos megjegyezni, hogy a gépészeti gyakorlatban a tartószerkezetek tervezése során ha $\lambda > 100$, akkor a biztonsági tényező értéke legalább 3,5.

4 Megjegyzések

A rúdszerkezetek kihajlás vizsgálata során csak globális stabilitásvesztést vizsgálhatunk. A vékonyfalú hajlított szelvények horpadását illetve a vékony gerinclemezek nyírás horpadását ezekkel a modellekkel nem vizsgálhatjuk. A jelenség a végeselem modellezés más típusú elemeivel vizsgálható. A gyakorlatban az acélszerkezeti szabványok adnak iránymutatást a horpadást megakadályozó bordák illetve diafragmák elhelyezésére.