

Műholdas helymeghatározás 4.

GNSS transzformációs eljárások

Dr. Busics, György

Műholdas helymeghatározás 4.: GNSS transzformációs eljárások

Dr. Busics, György

Lektor: Dr. Takács, Bence

Ez a modul a TÁMOP - 4.1.2-08/1/A-2009-0027 „Tananyagfejlesztéssel a GEO-ért” projekt keretében készült. A projektet az Európai Unió és a Magyar Állam 44 706 488 Ft összegben támogatta.

v 1.0

Publication date 2011

Szerzői jog © 2010 Nyugat-magyarországi Egyetem Geoinformatikai Kar

Kivonat

Ez a modul azokat a transzformációs eljárásokat foglalja össze, amelyeket Magyarországon alkalmazhatunk a GNSS-mérésből nyert globális rendszerű koordináták átszámításához.

Jelen szellemi terméket a szerzői jogról szóló 1999. évi LXXVI. törvény védi. Egészének vagy részeinek másolása, felhasználás kizárólag a szerző írásos engedélyével lehetséges.

Tartalom

4. GNSS transzformációs eljárások	1
1. 4.1 Bevezetés	1
2. 4.2 3D transzformációs modellek	1
2.1. 4.2.1 A térbeli hasonlósági transzformáció	1
2.2. 4.2.2 3D modell 2D célra	4
2.3. 4.2.3 A polinomos modell	5
3. 4.3 2D transzformációs modellek	6
3.1. 4.3.1 Ellipszoidi sztereografikus vetület alkalmazása	6
3.2. 4.3.2 Kétlépcsős modell	6
3.3. 4.3.3 Egylépcsős modell	7
4. 4.4 Hazai példák a transzformációkra	7
5. 4.5 Szoftveres megoldások a transzformációkra	11
5.1. 4.5.1 Lokális transzformáció számítása térbeli hasonlósági modell alapján	11
5.2. 4.5.2 Keresősugaras megoldás	12
5.3. 4.5.3 Az EHT szoftver	13
5.4. 4.5.4 A VITEL szoftver	14
5.5. 4.5.5 RTCM VITEL	15
6. 4.6 Összefoglalás	16

A táblázatok listája

4-1. A 3D hasonlósági és polinomos modell összehasonlítása.	5
4-7. ábra. A 24 pontos kerethálózat4-2. Országos transzformációs paraméterek 24 közös pont alapján. 8	
4-3. Maradék ellentmondások 24 pontban topocentrikus rendszerben.	9
4-4. A geoid nélküli és a különböző geoid modellekkel végzett hasonlósági transzformáció összehasonlítása (10 budapesti közös pont felhasználásával).	11
4-5. A hasonlósági és a polinomos modell középhibáinak összehasonlítása 100 közös OGPSH pont felhasználásával.	11

4. fejezet - GNSS transzformációs eljárások

1. 4.1 Bevezetés

A GPS/GNSS mérés közvetlen eredménye nem abban a vonatkoztatási rendszerben születik meg, amelyben azt végső soron felhasználjuk, ezért koordináta-transzformációra szinte minden esetben szükség van. Már az sem tűnik egyszerű kérdésnek, hogy magyarországi viszonyok között hogyan is jelöljük azt a rendszert, amiből átszámítunk (általában: forrás-rendszer, I. rendszer), és azt a rendszert, amibe átszámítunk (általában: cél-rendszer, II. rendszer). Néhány lehetőség a forrás-rendszer jelölésére: WGS84, ETRS89, GPS, EUREF, OGPSH1991, OGPSH2007, ETRF2005, 3D. Néhány lehetőség a cél-rendszer jelölésére: HD72, EOVS/EOMA, EOVS, 2D+1D. A korrekt jelölés az lehetne, hogy ETRS89 rendszerből számítunk át HD72 rendszerbe, ez utóbbi azonban csak a vízszintes vonatkoztatási rendszert jelöli, miközben a magasságokat is rendszerint megkapjuk, amire itt utal a jelölés. A rövidség kedvéért a továbbiakban a forrásrendszer jelölésére a GPS betűszót, a célrendszerre a helyi rendszer angol betűszavát (*LS: Local System*) használjuk.

A szóban forgó transzformációkat csoportosíthatjuk dimenzió szerint (ez lesz a modul tárgyalási sorrendje is), ami arra utal, hogy a 3D GPS-koordinátákat végül is 3D, 2D vagy 1D helyi rendszerbe kívánjuk-e átvinni. Csoportosíthatjuk a transzformációkat aszerint is, hogy a matematikai modellekben hány ismeretlen paraméter szerepel; így beszélhetünk 1, 2, 3, 4, 7, 10, 20... paraméteres transzformációkról.

Minden megoldás alap gondolata az, hogy a két vonatkoztatási rendszerben ún. közös pontokat (azonos pontokat) keresünk, amelyek koordinátái mindkét rendszerben ismertek s ezek alapján képezünk modelleket.

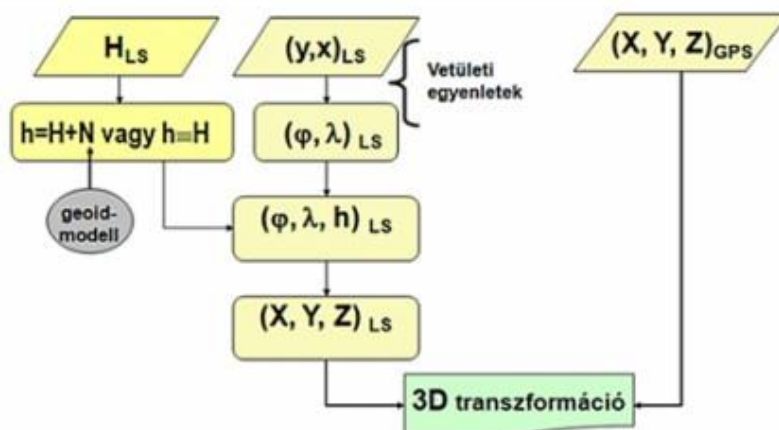
Bár dolgozhatunk szerte a világban és lehetne beszélni általánosan helyi rendszerről, itt mégis azt feltételezzük, hogy Magyarországon vagyunk és EOVS koordinátákat és Balti magasságot kívánunk kapni végeredményként. Mára létrejöttek azok a szoftverek is, amelyek a transzformációt automatizálják és a legjobb illesztést biztosítják, bárhol is van a munkaterület az országban. Fontos, hogy ezeknek a megoldásoknak a háttérét is ismerjük, ne csak rutinszerűen használjuk azokat.

2. 4.2 3D transzformációs modellek

2.1. 4.2.1 A térbeli hasonlósági transzformáció

A térbeli hasonlósági modellt használják leggyakrabban a térbeli-helyi (GPS→EOVS) átszámításra. Nevezik klasszikus modellnek, Bursa-Wolf modellnek, hétparaméteres modellnek, térbeli Helmert modellnek is. A transzformáció egyenletét, paramétereinek geometriai értelmezését korábbi tanulmányainkból megismertük.

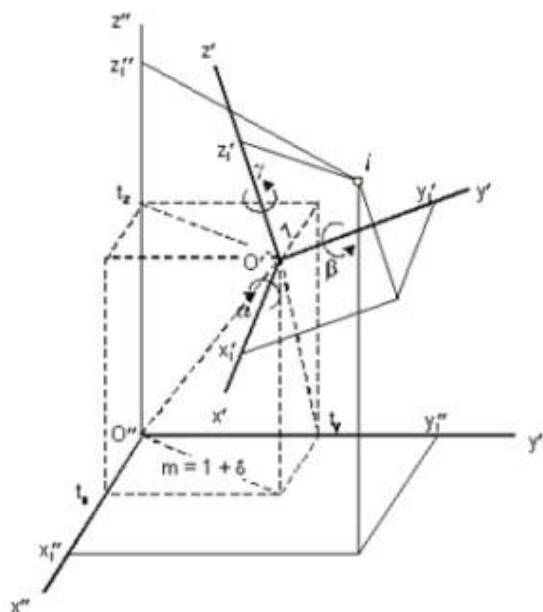
Fontos tudnunk, hogy mind a forrás-rendszerben, mind a cél-rendszerben a transzformáció közös pontjait térbeli derékszögű koordinátákkal kell megadnunk, mégpedig olyanokkal, amelyek „hasonlók”, „ellipszoid-centrikusak”, ahol az egymásnak megfelelő tengelyek közel egyállásúak. Az EOVS-koordináták nem ilyenek, ezért azokat át kell alakítani, hogy a transzformáció kiinduló adatai lehessenek.



4-1. ábra. A helyi rendszer koordinátáinak átalakítási folyamata

Jelöljük a közös pontok helyi rendszerben adott vízszintes (vetületi) koordinátáit y, x_{LS} -sel, magasságukat H_{LS} -sel. Feltételezzük, hogy ismerjük a vetületi és alapfelületi koordináták kapcsolatát, vagyis a vetületi egyenleteket és az alapfelület paramétereit (az EOVS esetében ezeket a Vetületi Szabályzat tartalmazza). A síkkoordinátákat átalakítjuk ellipszoidi földrajzi koordinátákká.

Ezt követően elképzelhetjük, hogy a pont ellipszoidi megfelelőjében a helyi ellipszoid (az EOVS esetében IUGG67 vagy másként GRS67 jelölésű ellipszoid) normása mentén „kitesszük” a pontot a térbe. Kérdés, hogyan értelmezzük a pont helyi ellipszoid feletti (h) magasságát? Szabatosan ez alatt a tengerszint feletti magasság (H) és a geoidmagasság (N) összegét értjük, azaz rendelkezünk kell egy geoidmodellel is, hogy korrektül járjunk el. Ha nincs geoidmodell, akkor az ellipszoidi és a tengerszinti magasságot azonosnak vesszük, vagyis ez utóbbit mérjük fel képzeletben a normális mentén, ami nem szabatos megoldás. A két út bármelyikét is választottuk, megkapjuk az ellipszoidi földrajzi koordinátákat a helyi rendszerben $(\phi, \lambda, h)_{LS}$. Az ellipszoidi földrajzi koordináták átalakítását térbeli derékszögű koordinátákká korábbi tanulmányainkban megismertük, ez egyértelműen megoldható lépés. Ezzel előállítottuk a térbeli hasonlósági modell kiinduló adatait, a közös pontok térbeli derékszögű koordinátáit mindkét rendszerben. Jelöljük a forrásrendszert római I-gyel, a célrendszert római II-vel, a feladat az I.→II. irányú átalakítás. A hasonlósági modellben 7 paraméter van: 3 tengelyirányú eltolás (t_x, t_y, t_z), három forgatási szög (α, β, γ) és egy méretaránytényező (m).



4-2. ábra. A térbeli hasonlósági modell 7 paraméterének ábrázolása

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_I = m R_3(\gamma) R_2(\beta) R_1(\alpha) \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_I + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

4-1. egyenlet

A térbeli hasonlósági transzformáció alapegyenletében az \mathbf{R}_1 , \mathbf{R}_2 , \mathbf{R}_3 forgatási mátrixok a forgatási szögek szögfüggvényeit tartalmazzák és nem lineárisak. Mivel a forgatási szögek differenciálisan kis értékek, megengedhetők bizonyos egyszerűsítések, amelyek révén linearizálható az egyenlet. Bevezetve az $m = 1 + \delta$ jelölést (ahol a δ ún. méretaránykülönbségi tényező szintén differenciálisan kis mennyiség) a következő összefüggést kapjuk:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_I = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_I + \begin{bmatrix} +\delta & +\gamma & -\beta \\ -\gamma & +\delta & +\alpha \\ +\beta & -\alpha & +\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_I + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

4-2. egyenlet

Ez a lineáris egyenletrendszer megoldható; fölös adatok esetén a legkisebb négyzetek módszere szerinti kiegyenlítéssel. Három közös pont már 9 egyenletet jelent, vagyis 2 fölös adatot a 7 paraméter meghatározásához.

Levezethető, hogy ha a II. rendszerből számítunk át az I. rendszerben (II.→I. irányú átalakítás), akkor a transzformációs paraméterek számértékre ugyanazok lesznek, csak ellentétes előjelűek.

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_I = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_I + \begin{bmatrix} -\delta & -\gamma & +\beta \\ +\gamma & -\delta & -\alpha \\ -\beta & +\alpha & -\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_I - \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

4-3. egyenlet

A fenti modellnél a forgatásokat a Föld tömegközéppontja körül értelmeztük. Ennek az a hátránya, hogy a kisebb területre vonatkozó transzformációknál (országos, de még kontinentális méretekben is) a forgatások és az eltolások hatása csaknem azonos, vagyis a paraméterek nem függetlenek egymástól, általában erősen korreláltak. Ennek az a következménye, hogy a paraméterek meghatározása a gyenge geometriai kondíció miatt nem a legkedvezőbb, a paraméterek középhibája viszonylag nagy lesz. Ezen a hátrányon úgy lehet segíteni, hogy a forgatási pontot áthelyezzük a közös pontok súlypontjába, így a forgatási és az eltolási paraméterek korreláció nélkül határozhatók meg. Az így származtatott modellt Badekas-Mologyenszkij modellnek is nevezik a szoftverekben.

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_I = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_I + \begin{bmatrix} +\delta & +\gamma & -\beta \\ -\gamma & +\delta & +\alpha \\ +\beta & -\alpha & +\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i - X' \\ Y_i - Y' \\ Z_i - Z' \end{bmatrix}_I + \begin{bmatrix} t'_x \\ t'_y \\ t'_z \end{bmatrix}$$

4-4. egyenlet

A vesszővel jelölt koordináták a közös pontok számtani átlagai. Végeredményül ugyanazt kapjuk, mint az eredeti esetben, a forgatási paraméterek és a méretaránytényező ugyanaz, csak az eltolási paraméterek eltérők.

A térbeli hasonlósági transzformáció kiegyenlítéssel történő megoldásaként megkapjuk a 7 paramétert (t_x , t_y , t_z , α , β , γ , m) továbbá azok középhibáit.

A két rendszer illeszkedésének jellemzésére a maradék ellentmondások, illetve az azokból képzett mérőszámok szolgálnak. Maradék ellentmondásnak (angolul: *residuals*) nevezik a transzformációs közös pontok II. rendszerbeli eredeti koordinátájának és az I. rendszerből a paraméterekkel átszámított (a következőkben csillaggal jelzett) koordináták különbségeit, azaz a javításokat:

$$v_x = X_{II} - X_I^*$$

4-5. egyenlet

A maradék ellentmondások három összetevőjének négyzetösszege geometriailag a transzformált pont és az eredeti ponthely térbeli távolságát jelenti. A javítások ismeretében a két rendszer illeszkedésének jellemzésére általában egyetlen mérőszámot, a súlyegység középphibáját (m_0) számítják.

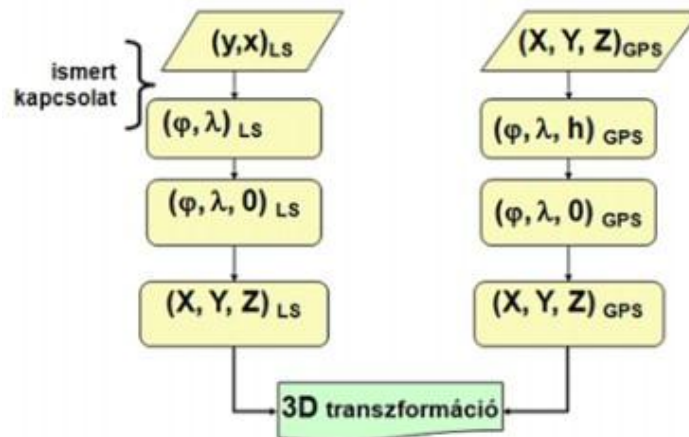
$$m_0 = \sqrt{\frac{\sum (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{3n - 7}}$$

4-6. egyenlet

A javításokat eredetileg a geocentrikus rendszerben kapjuk meg, hiszen ebben történt a számítás. Célszerű azonban a maradék ellentmondásokat topocentrikus rendszerben is megadni, mert így azok vízszintesen és magasságilag értelmezhetők. Topocentrikus rendszerben északi (dN), keleti (dE) és magassági (dU) javításokról beszélünk. Számítható vízszintes lineáris javítás is (dL, a dN és dE értékből). A transzformáció illeszkedési hibája egyetlen mérőszámmal is kifejezhető.

2.2. 4.2.2 3D modell 2D célra

A térbeli hasonlósági modellt vízszintes koordináták kinyerésére, kétdimenziós célra is használhatjuk, amennyiben az előkészítés során az ellipszoidi földrajzi koordinátáknál elhagyjuk az ellipszoidi magasságot. Erre akkor kerülhet sor, ha a helyi rendszerben nem áll rendelkezésünkre magassági adat, vagy az nagyon bizonytalan vagy végső soron nincs is szükségünk magasságra.

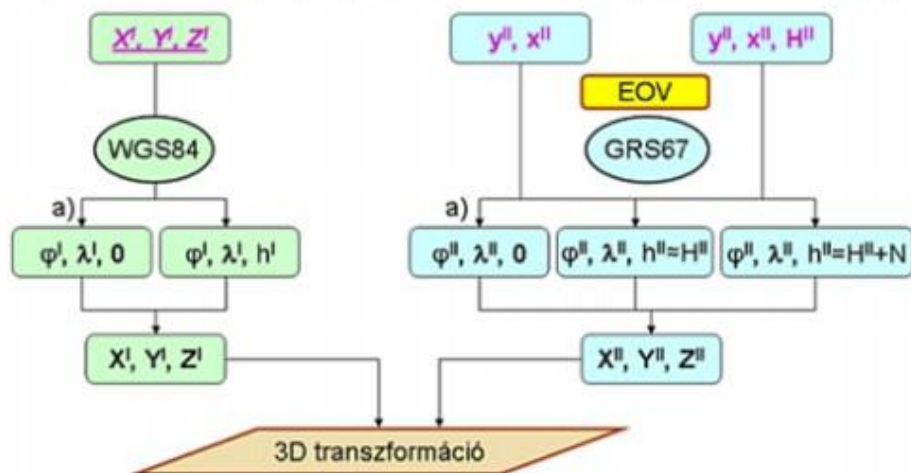


4-3. ábra. Az eredeti koordináták átalakítása ellipszoid-felszíni (2D) transzformációhoz

A modell tehát háromdimenziós, de mivel kis területen ellipszoid-felszíni pontok között megy végbe, az eredmény lényegében kétdimenziós, csak a síkbeli koordinátákat használjuk fel.

Megjegyzendő, hogy ez a fajta megoldás nemcsak GPS→EOV vonatkozásban használható, hanem bármely két vetületi rendszer közötti átszámításra is. Feltétel természetesen, hogy a vetületi egyenleteket, az alapfelületek adatait ismerjük mindkét rendszerben. Vannak szoftverek, amelyek automatikusan elvégzik ezt a fajta átszámítást is, amikor a magassági adatok nem játszanak szerepet. A megoldást egyszerűen 2D jelzővel illetik.

A ábrán összefoglaljuk a térbeli hasonlósági modell alkalmazása előtti előkészítő lépések eseteit magyarországi viszonylatban. Az a) útvonal jelenti a 2D megoldást.



4-4. ábra. 3D transzformáció előkészítő szakaszának összefoglaló bemutatása

2.3. 4.2.3 A polinomos modell

A polinomos modell egy hatványsor felírását jelenti közvetlenül az I. rendszer és a II. rendszer megfelelő koordinátái között. Külön-külön írjuk fel az egyenletet az egyes koordinátákra. Minél magasabb fokú polinomot használunk, annál jobb illeszkedés érhető el a két rendszer között, így viszont több lesz a meghatározandó együtthatók száma, következésképp pedig a szükséges közös pontok száma is. A harmadfokú polinom egyenletében például 20 együttható szerepel, amihez 20 darab transzformációs közös pontot kell biztosítani.

Írjuk fel példaként a transzformációs egyenleteket harmadfokú térbeli polinom esetére az X koordinátára:

$$\begin{aligned}
 X_1 = & a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_3 Z + \\
 & + a_4 X^2 + a_5 XY + a_6 XZ + a_7 Y^2 + a_8 YZ + a_9 Z^2 + \\
 & + a_{10} X^3 + a_{11} X^2 Y + a_{12} X^2 Z + a_{13} XY^2 + a_{14} XYZ + a_{15} XZ^2 + a_{16} Y^3 + a_{17} Y^2 Z + a_{18} YZ^2 + a_{19} Z^3
 \end{aligned}$$

4-7. egyenlet

Mivel igen eltérő nagyságú (számértékű) koordináták szerepelnek az I. és a II. rendszerben, ez gyengén kondicionált megoldáshoz vezet. Gyakorlati számítástechnikai szempontból ezért célszerű áttérni mindkét rendszerben topocentrikus koordinátákra s azok között megoldani az egyenletrendszert.

A térbeli hasonlósági modell és a polinomos modell összehasonlítását a 7.1. táblázatban találjuk. A polinomos modell hátrányára ugyanazt írhatjuk, mint az előnyére: bár sokkal jobb illeszkedést tesz lehetővé a két rendszer között, mint a hasonlósági modell, de ezt akkor is megteszi, ha nem szabadna, vagyis durva azonosítási hibák esetén, amikor nem tekinthetők azonosnak a közös pontok. Ezt a tévedést (durva hibát) úgy kerülhetjük el, ha előbb egy hasonlósági transzformációval megbizonyosodunk arról, hogy nem áll fenn az előbbi helyzet.

4-1. A 3D hasonlósági és polinomos modell összehasonlítása. táblázat -

hasonlósági modell	polinomos modell
Homogén közös pontok szükségesek	Eltérő pontosságú közös pontok lehetnek
3 koordináta kell minden közös pontnak	Külön vízszintes és magassági közös pontok lehetnek
Ismerni kell a síkra vetítés egyenleteit	Nem kell kapcsolat a helyi ellipszoidhoz
Nagy területen szükség van geoid modellre	Nem szükséges a geoid

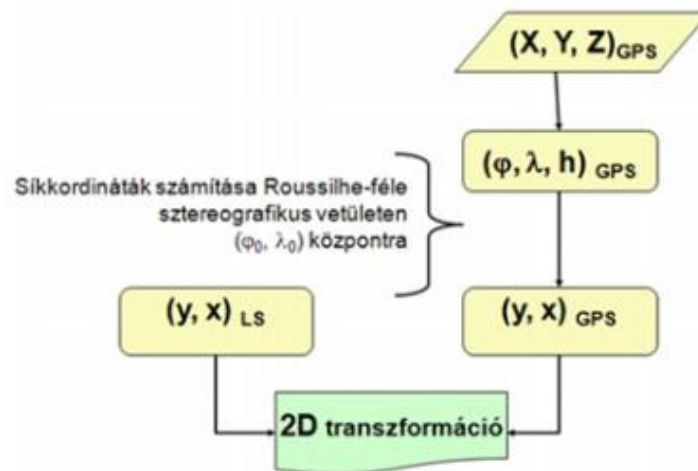
Lineáris modell, világos, informatív eredmény	Rejtett hibák, elkent torzulások lehetségesek!
---	--

3. 4.3 2D transzformációs modellek

3.1. 4.3.1 Ellipszoidi sztereografikus vetület alkalmazása

A 2D modell lényegében a jól ismert síkbeli hasonlósági transzformáció (Helmert transzformáció) alkalmazását jelenti. Az a kérdés, hogyan jutunk a geocentrikus GPS-koordinátákból síkkordinátákhoz? Ehhez például egy olyan helyi ellipszoidi sztereografikus vetületet kell definiálnunk, amelynek alapfelülete a WGS84 ellipszoid, középpontja a munkaterület közepén van. A középpontban nincs vetületi torzulás, attól távolodva nő a hossztorzulás, de ha a munkaterület nem nagyobb (néhányszor) tíz kilométernél, akkor ez elhanyagolható lesz.

A helyi rendszer nemcsak EOY lehet, hanem bármilyen vetület nélküli, önálló rendszer is, ami mérnökgeodéziai feladatoknál is alkalmazhatóvá teszi ezt a megoldást. Ha nagy a magasság, eljárhatunk úgy is, hogy az ellipszoidi magasság átlagértékével megnöveljük a WGS84 ellipszoid méretét (fél nagytengelyét) és egy ilyen helyi ellipszoidot tekintünk alapfelületnek.



4-5. ábra. 2D transzformáció előkészítése: ellipszoidi vetület a GPS-koordináták átalakításához

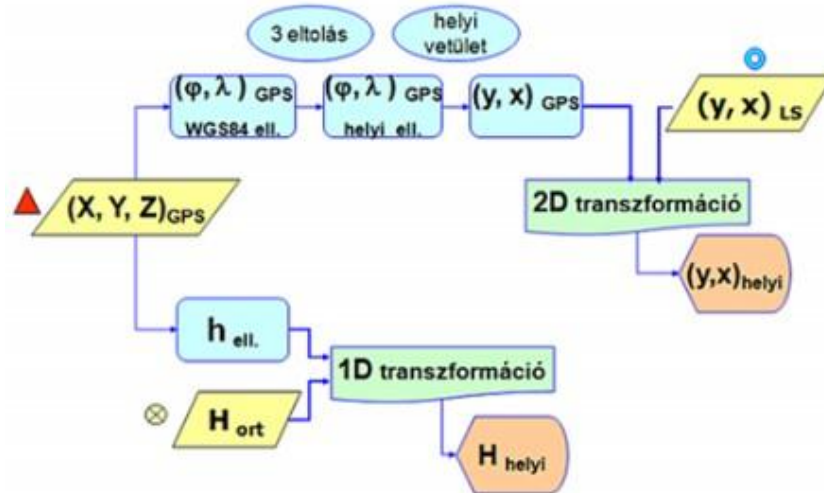
3.2. 4.3.2 Kétlépcsős modell

A két lépcső azt jelenti, hogy különálló vízszintes és magassági transzformációt végzünk.

A vízszintes transzformáció itt is a síkbeli Helmert modell. Megint az a kérdés, hogyan jutunk síkkordinátákhoz a GPS-koordinátákból? Nos, ez is két lépcsőben történik. Először megállapítunk 3 eltolási értéket, amivel eltoljuk a közös pontokat a WGS84 ellipszoidról a helyi ellipszoidra (az EOY esetében GRS67-re). Ehhez elegendő egyetlen transzformációs közös pont, ha több van, akkor az átlag eltolási értéket használjuk. Úgy tekintjük az eltolás térbeli derékszögű koordinátákat, hogy azokhoz a helyi ellipszoid tartozik és az ismert vetületi kapcsolat alapján (EOY vetületi egyenletek) az ellipszoidra vetítjük a pontokat (ϕ, λ_{GPS}) , ezt követően a síkra (y, x_{GPS}) . Most végezhető el a síkbeli hasonlósági transzformáció, ennek négy paraméterét két eltolás, elfordulási szög, méretaránytényező) kiegyenlítővel kapjuk.

A magassági transzformáció a kiegyenlítő sík elvére épül. Ehhez legalább három közös pont szükséges, vagyis olyanok, amelyeknek vannak színtezett magasságai (H) és ugyanakkor GPS-koordinátái is. Ez utóbbiakat (X, Y, Z) most ellipszoidi földrajzi koordinátákká alakítjuk és érdemben csak az ellipszoidi magasságot használjuk fel (h). A közös pontok vízszintes helyzete csak közelítő jelleggel szükséges, ezt bármilyen vetületi rendszerben megadhatjuk (y, x) . Úgy képzelhetjük el, hogy a kiegyenlítő síkot a h-H értékekre illesztjük rá, mintha a közös pontok papírtérképén a térképlapra mérőlegesen egy-egy h-H magasságú oszlopot tennénk fel s ezen oszlopok tetejére illesztենék egy síkot azzal a követelménnyel, hogy az oszlop teteje és a sík közötti távolságok (javítások) négyzetösszege minimális legyen. Természetesen ezt számítással, a legkisebb négyzetek szerinti kiegyenlítővel végezzük. A transzformációs paraméterek: a sík dőlése y illetve x irányban és a sík

átlagos eltolódása. Ezt követően minden olyan pontnak, amelyet csak GPS-szel mértünk (ismert a h magassága) képezhető (áttanszformálható) a tengerszint feletti (H) magassága. Eredményül tehát egyetlen koordinátát kapunk (egyetlen átszámítandó pont esetében), ezért ezt 1D transzformációnak nevezzük.



4-6. ábra. A kétlépcsős modell

A kétlépcsős modell előnye, hogy elkülönül a vízszintes és a magassági transzformáció, lehet olyan közös pont, aminek csak magassága vagy csak vízszintes koordinátája van a helyi rendszerben. Az esetleges hibás magasság (vagy hibásan mért antenna-magasság) nem befolyásolja a vízszintes eredményt (ha a pontot csak a magassági transzformációhoz használtuk). Nem szükséges geoid modell, mert az 1D transzformáció voltaképpen ezt helyettesíti, lineáris változást feltételezve a két felület között (ami csak kisebb, néhány tíz kilométer átmérőjű) területen teszi lehetővé az eljárás alkalmazását. A 2D transzformációs eljárás feltételezi, hogy ismerjük a helyi rendszer vetületi kapcsolatát (a vetületi egyenleteket), ez is egy feltétele az alkalmazásnak.

3.3. 4.3.3 Egylépcsős modell

Egyes szoftverek a kétlépcsős megoldáshoz hasonló ún. egylépcsős (*one-step*) modellt ajánlanak fel az átszámításra. A Leica LGO szoftverbe beépített „*one step approach*” például a GPS rendszerű koordinátákhoz a munkaterülethez közeli középmeridiánú UTM vetületet rendel hozzá, UTM síkkordinátákat számol. Ezt követi az GPS-ből számított UTM-koordináták és az eredeti helyi koordináták között a síkbeli transzformáció. A modell rugalmasan kezeli a minimális közös pontok számát. Ha a síkbeli transzformációhoz csak egy vízszintes közös pont áll rendelkezésre, akkor csak kétirányú eltolási paramétereket számol. Két közös vízszintes pont esetén négy transzformációs paramétert számol; kettőnél több közös pont esetén ugyanezeket kiegyenlítéssel határozza meg. Az UTM koordináták vetületi torzulásai (a munkaterület elhelyezkedésétől függően) a maradék ellentmondások nagyságát befolyásolják.

Az egylépcsős modell előnye, hogy minimális számú (akár csak egyetlen egy) közös pont alapján elvégezhető az átszámítás. Ilyen esetben azonban a kapott paramétereket körültekintéssel kell kezelni, hiszen azok csak a közös pont(ok) környezetében érvényesek és nem zárható ki a durva elazonosítási hiba. Ha több (legalább négy) közös pontunk van, akkor is csak kisebb munkaterületen belül alkalmazható az eljárás, hiszen itt az eltérő vetületekből adódó eltérő mértékű vetületi torzulások jelentősen terhelhetik a síkbeli hasonlósági transzformációt.

4. 4.4 Hazai példák a transzformációkra

Végezzük el a térbeli hasonlósági transzformációt úgy, hogy közös pontnak az OGPSH 24 darab keretpontját tekintjük. A keretpontok Magyarország területét egyenletesen fedik le, azonosítjuk a település nevével adott. A transzformációt elvégeztük oda-vissza irányban, egyszer a geocentrum, másszor az I. rendszerbeli súlypont körüli forgatást feltételezve. A transzformációs paramétereket a 4.1 táblázatban mutatjuk be. Látható, hogy az oda-vissza irányú átszámítás paraméterei azonos nagyságúak, de ellentétes előjelűek. A kétféle modell paraméterei csak az eltolás tekintetében térnek el egymástól. A végeredményt (az átszámított koordinátákat) illetően egyébként mindkét modell ugyanarra az eredményre vezet.



4-7. ábra. A 24 pontos kerethálózat4-2. Országos transzformációs paraméterek 24 közös pont alapján. táblázat -

modell	Bursa-Wolf		Mologyenszkij-Badekas	
	geocentrum		I rendszer súlypontja	
forogtási k.	HD72→ETRS8 9	ETRS89→HD7 2	HD72→ETRS8 9	ETRS89→HD7 2
t_x [m]	+47,750	-47,750	+61,327	-61,327
t_y [m]	-69,275	+69,275	-68,623	+68,623
t_z [m]	-11,001	+11,001	-4,365	+4,365
α [mp]	+0,305 945	-0,305 945	+0,305 945	-0,305 945
β [mp]	-0,065 866	+0,065 866	-0,065 866	+0,065 866
γ [mp]	+0,470 701	-0,470 701	+0,470 701	-0,470 701
$\delta \cdot 10^6$	+2,158 119	-2,158 119	+2,158 119	-2,158 119

Az így meghatározott paramétereket országos transzformációs paramétereknek is nevezzük, ahol a jelző arra utal, hogy az egész országot lefedi a munkaterület, a paraméterek országos érvényűek. Megjegyezzük, ha nem 24 pontot választottunk volna, hanem csak ötöt vagy akár mind az 1153-at, lényegében hasonló eredményre jutottunk volna.

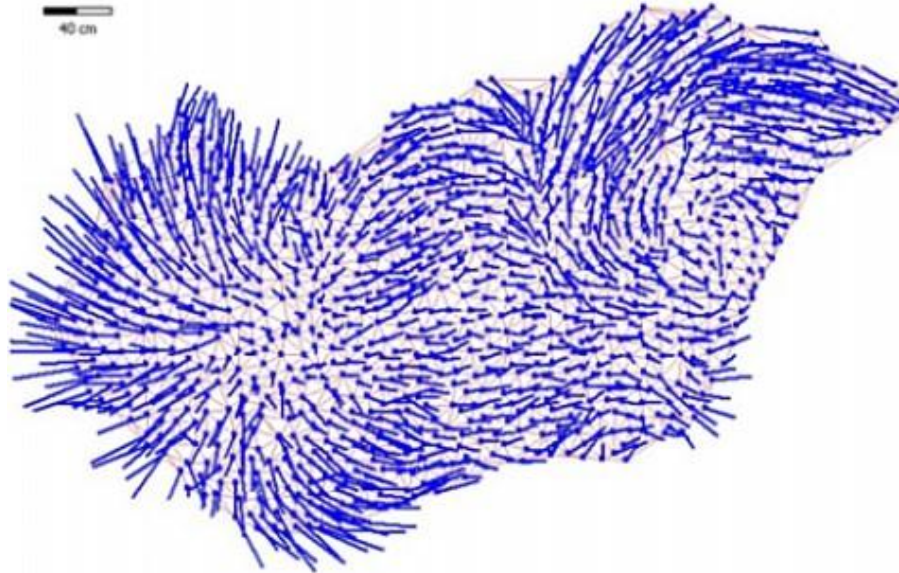
Nézzük meg most, hogyan alakulnak a maradék ellentmondások az előbbi országos paraméterek használata esetén a 24 közös pontban. Számszerűen ezeket a 7.2 táblázatban láthatjuk, topocentrikus rendszerben. A maradék ellentmondások (javítások) nagyságrendjét tartjuk fontosnak kiemelni: vízszintes értelemben (akár észak-déli, akár kelet-nyugati irányban) -40...+40 cm között változik ez az érték, míg magassági értelemben kétszer ekkora, megközelíti az 1 métert is. Ha az összes OGPSH pontot átszámítanánk ETRS89 rendszerből HD72 rendszerbe, ugyanilyen nagyságrendű maradék ellentmondásokat kapnánk.

4-3. Maradék ellentmondások 24 pontban topocentrikus rendszerben. táblázat -

	dN	dE	dh
Aggtelek	0,32	0,19	-0,58
Ballószög	0,02	-0,12	0,03
Budapest	0,05	-0,16	-0,33
Csanádalberti	-0,08	-0,18	-0,28
Csarnóta	0,16	-0,35	0,18
Cserkút	0,09	-0,21	-0,01
Diszel	0,00	0,13	-0,24
Gyórszentiván	0,24	-0,09	0,72
Hajdúdorog	0,01	0,13	0,58
Hollókő	0,08	-0,21	-0,52
Iharosberény	0,23	0,17	0,69
Kondorfa	0,10	0,35	0,33
Kőszeg	-0,32	0,35	-0,30
Mezőpéterd	-0,01	-0,01	-0,28
Miskolc	0,29	0,09	-0,85
Nadap	-0,04	-0,17	-0,22
Öttömös	-0,04	-0,16	-0,50
Penc	-0,01	-0,18	-0,53
Pilis	-0,05	-0,12	0,14
Regöly	0,09	-0,13	0,07
Sátoraljaújhely	0,13	0,29	0,70
Sopron	-0,39	0,15	0,17
Tarpa	-0,14	0,35	0,90
Tiszagyenda	0,08	-0,08	0,13

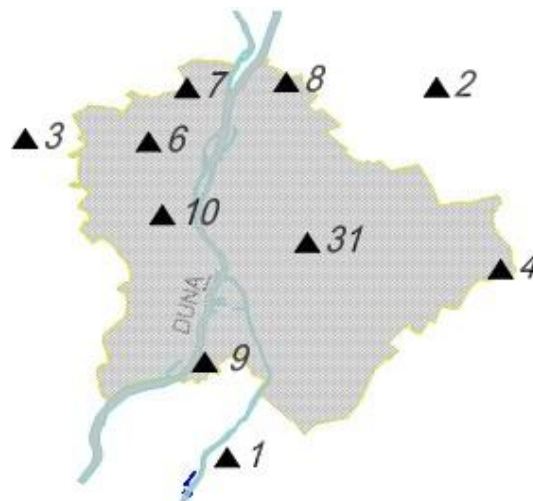
Számítsuk át most az OGPSH mind az 1153 pontjának ETRS89 koordinátáit országos paraméterekkel HD72 rendszerbe, és mutassuk ki az eredeti EOVS koordináták és a transzformációval kapott koordináták eltérését

(maradék ellentmondásokat). Ábrázoljuk a maradék ellentmondásokat térképen, alkalmas torzított méretarányban mégpedig poláris rendszerben: a dN és dE értékekből képzett lineáris eltérést rakjuk fel az irányzöngnek megfelelően. Az így kapott ábrát több publikációból is ismerhetjük; amit feltétlenül érdemes megjegyezni, az a vízszintes lineáris eltérések nagyságrendje, közel fél méter. Tanulásként tehát azt szűrhetjük le, hogy országos paraméterekkel csak több deciméteres nagyságú transzformációs hibában végezhető átszámítás a GPS és EOVS rendszerek között.



4-8. ábra. Vízszintes értelmű maradék hibák eloszlása 1153 OGPSH pontban országos 3D hasonlósági modell esetén

A következő példa Budapest területére korlátozódik. A fővárosnak egy kiváló vízszintes alapponthálózata van, amelyet eredetileg még az 1930-as években határoztak meg. A hazai GPS korszak kezdetén, az 1990-es évek közepén a Fővárosi Földhivatal 10 kiválasztott pontot GPS-szel is megmért, ezeknek a pontoknak szintezéssel meghatározták a Balti magasságát is. A GPS-EOVS transzformáció vízszintes értelemben igen jó összhangot mutatott a két rendszer között: a maradék ellentmondások $-3\text{cm} \dots +3\text{cm}$ között változtak, míg magassági értelemben 10 cm-es maradék hiba is előfordult.



4-9. ábra. I. rendű transzformációs közös pontok Budapest területén

A transzformációt ezért úgy is elvégeztük, hogy figyelembe vettük a geoid modellt, vagyis a szintezésből kapott Balti magasságokhoz hozzáadtuk a geoidunduláció értékét az adott pontban. Többféle geoid modellt is kipróbáltunk, amelyek adatait a BME és a FŐMI KGO a témával foglalkozó szakemberei adták meg. Nem közöljük a 10 pontnak mind az összes javítását a különböző megoldásokból, csak a javítások abszolút értékének az átlagát és a terjedelmet.

4-4. A geoid nélküli és a különböző geoid modellekkel végzett hasonlósági transzformáció összehasonlítása (10 budapesti közös pont felhasználásával). táblázat -

	dx	dy	dH	dH	dH	dH
	vízszintes		geoid nélkül	HGGG 95	HGEO 2000	HGGG 2000
átlag	0,016	0,016	0,049	0,016	0,021	0,015
terjedelem	0,064	0,067	0,176	0,062	0,067	0,050

Tanulság: ha nagyobb munkaterületen (amelynek átmérője meghaladja a 10-15 km-t) lokális térbeli hasonlósági modellt használunk a GPS-koordináták transz-formációjára és nemcsak vízszintes értelemben törekszünk a legjobb illeszkedés elérésére, hanem magassági értelemben is, akkor geoid modellt is használni kell.

Egy további példában a térbeli hasonlósági modell és a polinomos modell eltérésére kívánunk rámutatni. Vegyünk ki az OGPSH pontjai közül 100 darab elsőrendű pontot, határozzuk meg a transzformációs paramétereket a klasszikus Helmert-modellre és egy negyedrendű térbeli polinomos modellre. Számítsuk át mindkét esetben a 100 pontot ETRS89-ből HD72-be, képezzük a maradék ellentmondásokat, majd azok középpontját. Ezt a statisztikát mutató táblázatot láthatjuk a következőkben.

4-5. A hasonlósági és a polinomos modell középpontjának összehasonlítása 100 közös OGPSH pont felhasználásával. táblázat -

modell	geoid	középpont cm-ben		
		mN	mE	mU
hasonlósági	nem	14,7	19,3	46,3
polinomos	nem	0,8	1,2	6,8
hasonlósági	igen	13,6	17,5	7,8
polinomos	igen	0,8	1,2	2,5

5. 4.5 Szoftveres megoldások a transzformációkra

5.1. 4.5.1 Lokális transzformáció számítása térbeli hasonlósági modell alapján

Az előző fejezetben tisztáztuk, hogy Magyarországon egyetlen, ún. országos paraméter-készlettel nem lehetséges a térbeli hasonlósági transzformációs modellt használni akkor, ha csak néhány centiméteres transzformációs hibát engedünk meg. Ennek oka egyébiránt az EOVA torzulása, ami több deciméteres nagyságrendű az ország teljes területét tekintve. A megoldás az, hogy azon a munkaterületen, ahol az átszámításra szükség van, egyedi ún. lokális transzformációs paramétereket határozzunk meg. A transzformációs övezet sugara 8-15 km. A transzformáció közös pontjait célszerűen az OGPSH pontjai közül választjuk, éppen ez volt az OGPSH létrehozásának célja és ezt a szerepet ma is betölti. Lehetséges, hogy saját GNSS mérésrel további vízszintes (EOVA) alappontokat is bevonunk a közös pontok közé abból a célból, hogy az adott munkaterületen a legjobb illeszkedést, a legjobb összhangot érjük el a két vonatkoztatási rendszer között.

A lokális transzformáció menet a következő.

- Kiválasztjuk a transzformáció közös pontjait (betöltjük azokat meglévő jegyzékből vagy kijelöljük azokat meglévő listából).
- Meghatározzuk a transzformáció 7 paraméterét.
- Megnézzük a maradék ellentmondásokat, ha ezeket megfelelőknek ítéljük, tároljuk a transzformációs paramétereket.
- Átszámítjuk az ETRS89 rendszerben mért pontokat a helyi (EOV/EOMA) rendszerbe.

A fenti módon számos szoftver működik, most csak a nálunk elérhető szoftverek főbb tulajdonságait soroljuk fel.

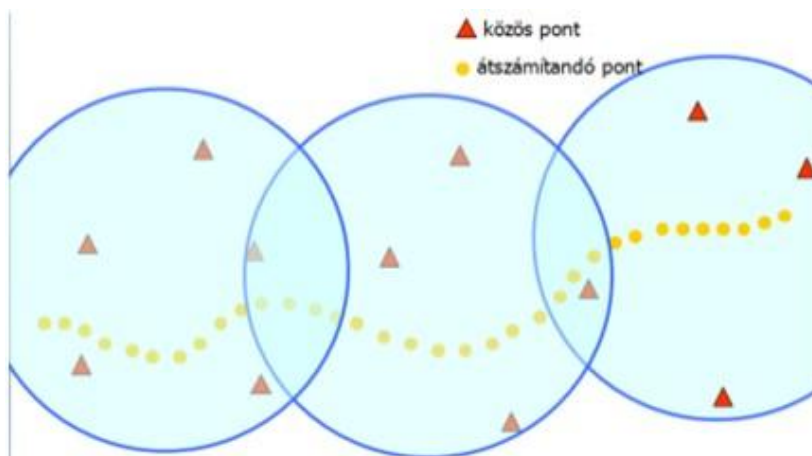
A GeoCalc szoftver transzformációs moduljában elsősor a forrás és a célrendszert kell megadni, ami nemcsak WG84 és EOV lehet, hanem bármilyen hazai régebbi vetület, sőt vetület nélküli rendszer is. Ezt követően betölthetők az adott rendszerű koordináta-jegyzékek. A transzformáció közös pontjainak kiválasztása lehet automatikus (amikor az azonos pontazonosítójú pontokat összepárosítja a program) és lehet egyedi kiválasztású. Mielőtt a paramétereket számoltatnánk, megadhatjuk azok darabszámát is, azaz nemcsak 7 paraméter, hanem ennél kevesebb is választható.

A paramétereket, középhibáikat, a maradék ellentmondásokat (mind geocentrikus, mind topocentrikus) rendszerben egy fájlba írja ki a program, ezek nyomtathatók is. Az új (átszámítandó) pontok transzformációja a fájl behívása után egy gombnyomással elvégezhető.

A leggyakoribb GPS feldolgozó programok (LGO, TGO) is tudnak lokális transzformációs paramétereket számítani fájlban megadott közös pontokból. A paramétereket tárolják, majd ezek hozzárendelhetők a kívánt munkaterülethez (projekthez) s ezzel válik lehetővé, hogy a munkaterület GPS-pontjai ne csak WGS84 rendszerben, hanem helyi (EOV) rendszerben is megjeleníthetők vagy tárolhatók (exportálhatók) legyenek.

5.2. 4.5.2 Keresősugaras megoldás

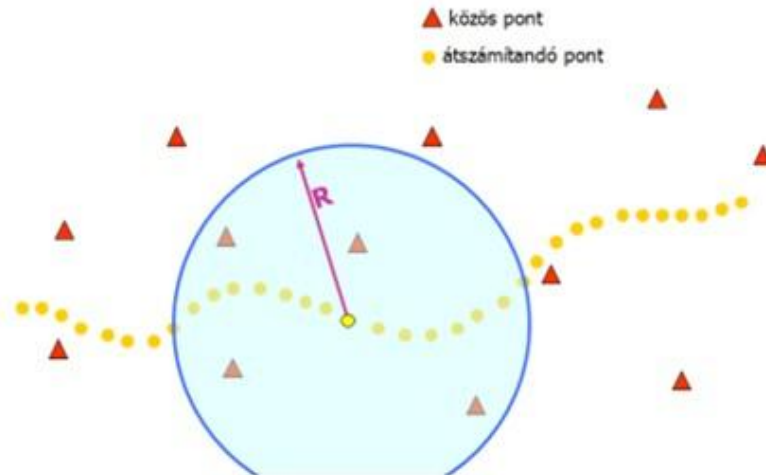
Ha nagy a munkaterület, vagy ha gyakran változik a munkaterület, akkor kényelmetlen lehet a lokális transzformáció. Tegyük fel, hogy egyszer az ország keleti felében, egyszer a nyugati felében kell dolgoznunk GPS-szel (de ha csak néhányszor tíz kilométerre kell csak eltávolodnunk előző mérésünk színhelyétől), akkor újra el kell végeznünk a paraméterek meghatározását. Ha pedig tároltuk volna régebben a másik helyszín paramétereit, csak ki kell választani azokat, az is nagy figyelmet igényel, mert ha tévednénk, az deciméteres-méteres transzformációs hibát okozna. Vehetjük példaként egy hosszan elnyúló vonalas létesítmény (egy autópálya) GPS hálózatát, amit több lokális transzformációs övezetre osztunk. Itt nemcsak az a gond, hogy figyelmet igényel a megfelelő paraméterkészlet kiválasztása, hanem az is, hogy azoknál a pontoknál, amelyek két transzformációs övezetbe esnek, nem egyértelmű a megoldás, hiszen az egyik másik paraméterrel nem ugyanazt az eredményt kapjuk.



4-10. ábra. Transzformációs övezetek hosszan elnyúló munkaterületnél

A vázolt problémák automatizált, szoftveres megoldására született a keresősugaras megoldás, amelynek lépései a következők.

- Egy nagy munkaterületre vonatkozóan (ami szélső esetben lehet akár az egész ország is) megállapodunk a transzformáció közös pontjaiban, összeállítjuk a cél- és a forrásrendszer koordináta-jegyzékét, listáját. Ez gondos kiválasztást, mérlegelést igényel, ki kell zárni a durva hibás pontokat.
- Megadjuk a keresősugár értékét. (A keresősugár azt jelenti, hogy a program minden átszámítandó ponthoz megkeresi a pont körül ilyen sugárral rajzolt körön belül elhelyezkedő pontokat a listából, ezek lesznek ehhez a ponthoz a transzformáció közös pontjai.)
- Megadjuk az átszámítandó pontok listáját.



4-11. ábra. A keresősugaras eljárás szemléltetése

A program az átszámítandó ponthoz megkeresi a transzformáció közös pontjait, kiszámítja a paramétereket majd átszámítja a pont I. rendszerbeli koordinátáját a II. rendszerbe.

A program sorra vesz minden átszámítandó pontot, elvégzi az előző pontban leírt műveleteket s folytatja mindezt addig, amíg végig nem ér a transzformálandó pontok listáján.

A GeoCalc program transzformációs moduljában a keresősugaras megoldás is választható. Be kell töltenünk a közös pontok teljes listáját mindkét rendszerben. Mi adjuk meg a keresősugár értékét, ez 8-20 km között célszerű. Ezután megadjuk az átszámítandó pontok állományát s innen a folyamat automatikus.

A keresősugaras megoldás tehát nagy munkaterületen automatikus és egyértelmű megoldást biztosít, ez az előnye az egyedi, lokális megoldással szemben.

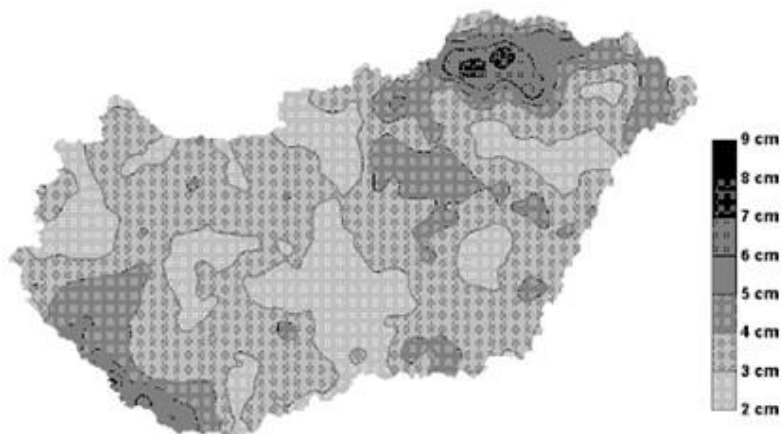
5.3. 4.5.3 Az EHT szoftver

Az EHT az *ETRS-EOV hivatalos-helyi térbeli transzformáció* betűszavak rövidítése; mivel minden kettőzött, az EHT² elnevezést is használják. A FÖMI KGO munkatársai által fejlesztett szoftver ingyenesen elérhető azért, hogy bárki a lehető legjobb illeszkedéssel tudjon átszámítani ETRS89 rendszerből EOV-be.

Az EHT olyan keresősugaras szoftver, amelynek adatbázisában majdnem az összes OGPSH pont szerepel (azért nem mind az 1153, mert a durva hibásnak talált néhány pontot kivették), a keresősugár pedig 15 km.

Az átszámítandó pontok ETR89 (WG84) koordinátái térbeli derékszögű vagy ellipszoidi földrajzi formában lehetnek, bevihetjük azokat fájlból esetleg kézi billentyűzéssel. Eredményül megkapjuk (fájlban) az átszámított koordinátákat, továbbá a felhasznált közös pontok pontszámát (koordinátáikat nem) és a maradék ellentmondásokat topocentrikus rendszerben. Az első változat csak GPS-EOV irányú transzformációra volt képes, az újabb változat már fordított irányban is.

A transzformáció várható pontossága Magyarország területének 80%-án 4 cm alatt van.



4-12. ábra. Várható vízszintes maradék hibák az EHT transzformációnál

Fontos tudnunk, hogy mivel az OGPSH pontok ETRS rendszerű koordinátái 2007. október 25-én megváltoztak, az EHT programnak is van egy 2007 előtti és utáni változata, nekünk a megfelelőt kell használni.



4-13. ábra. Az EHT első és új verziójának képernyőképe

5.4. 4.5.4 A VITEL szoftver

A VITEL betűszó jelentése: **VALÓS IDEJŰ GNSS HELYMEGHATÁROZÁSNÁL HASZNÁLATOS TEREPI TRANSZFORMÁCIÓS ELJÁRÁS**. Ezt is a FÖMI KGO munkatársai fejlesztették ki, de használata licenzdíjas. Eredetileg a real-time mérések (hálózatos RTK) terepi átszámítására, az EHT-hez képest gyorsabb megoldásra dolgozták ki, de utófeldolgozásnál is használatos. Elvében eltér az EHT-től (egy szabványosított érdekes alapelvet használ fel), de végeredményét tekintve az EHT-vel azonos koordinátákat szolgáltat.

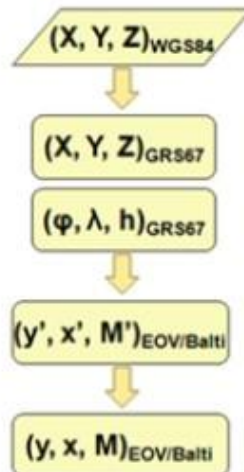
Nézzük meg mi ez az érdekes alapelv, ami első olvasásra talán bonyolultnak tűnhet, de a gyakorlati megoldás gyors és széles körben alkalmazott.

Először tekintsük a felhasználó oldaláról a megoldandó feladatokat (amelyeket természetesen automatizáltan végez a szoftver).

A WGS84 rendszerben (vegyük most egyszerűsítve ilyen jelöléssel mondjuk a rover adatrögzítőjében a GNSS mérésből keletkezett X, Y, Z geocentrikus koordinátákat) először térbeli hasonlósági modell alapján, országos paraméterekkel átszámítja a szoftver. Az eredmény szintén X, Y, Z koordináta lesz, de helyi ellipszoidra (GRS67) vonatkozóan.

Térbeli derékszögű koordinátákból ellipszoidi földrajzi koordinátákat, majd a vetületi egyenletekkel síkkordinátákat (és Balti magasságot) számol a program (y', x').

Az így nyert és vesszővel jelölt koordinátákhoz egy javítási érték tartozik, ami az országos és lokális transzformáció különbözőségét hivatott kompenzálni; ezt a javítást (dy, dx, dM) hozzáadva kapjuk a végleges koordinátákat.



4-14. ábra. A koordináták átalakításának folyamata a felhasználói oldalon a VITEL esetében

Mik ezek a javítások (más elnevezéssel maradék hibák), amelyekről az előbb szó esett?

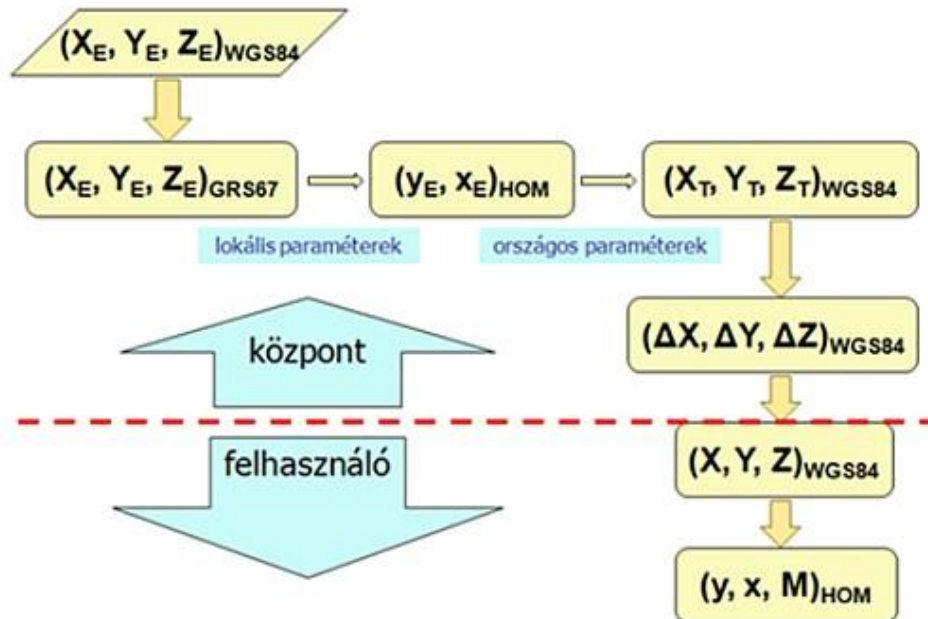
Az ország területét 5×5 kilométeres négyzetekre osztották fel az EOV koordináta-rendszerben. Jelöljük egy ilyen rács sarokpont kerek számú EOV koordinátáit (y_r, x_r) -rel. Mind a 7025 darab rácspontra EOV-koordinátáit áttranszformálták országos paraméterekkel az ETRS89 rendszerbe $(EOV \rightarrow XYZ)$. Ezt követően a kapott geocentrikus koordinátákat visszaszámították EOV rendszerbe $(XYZ \rightarrow EOV)$, de most az EHT szoftverrel, vagyis lokális paraméterekkel. Természetesen nem kapták vissza az eredeti EOV koordinátákat, hanem attól különböző értéket (y'_r, x'_r) , mint tudjuk, ez az eltérés $-40\text{cm} \dots +40\text{cm}$ közötti érték. Az eredeti és a transzformált koordináták különbsége (az y koordináta esetében: $dy = y_r - y'_r, \dots$) éppen a kétféle transzformáció (országos és lokális) eltérését mutatja az adott rácspontra. A rácsponthoz hozzárendelték ezeket a koordináta-eltéréseket (dy, dx, dM) , adatbázisba foglalták és ezeket telepíthetjük a gépünkre (RTK roverbe vagy utófeldolgozáshoz asztali gépre), ezeket fogja a szoftver az előzetes koordináta javításához, interpolációjához felhasználni. Hasonló módon történik a magasságok átszámítása is.

Az interpoláció szabványosított megoldás ezért terjedt el széles körben.

5.5. 4.5.5 RTCM VITEL

A központi GNSS szolgáltatások felhasználóinak igénye egy újabb fejlesztési lépést eredményezett: ne csak a korrekciókat, hanem a transzformációt is a központ szolgáltatassa. Ezt az előrelépést a szoftverfejlesztők és a szabványosítás is támogatta, így válhatott gyakorlattá (Magyarországon 2010. májusától). Az RTCM VITEL-nek elnevezett központ szolgáltatás a következő módon valósul meg.

- A felhasználó beküldi pozícióját a központba, jelölje a közelítő, előzetes WGS84 koordinátákat az (X_E, Y_E, Z_E) .
- A központi szerver kiszámítja a „helyes” EOV koordinátát lokális transzformációval $(XYZ \rightarrow EOV)$. Érdekes, hogy valójában nem az EOV vetületi egyenleteket használják, hanem helyettük a HOM rövidítésű vetület egyenleteit (HOM: Hotine Oblique Mercator – ferdetengelyű hengervetület)
- A központ vissza-számítja a koordinátát $(EOV \rightarrow XYZ)$, de most országos paraméterekkel (X_T, Y_T, Z_T) .
- A központ transzformációs maradék hibákat számít $(dX_T = X_T - X_E, \dots)$, továbbá korrekciókat (dX_k, \dots)
- A transzformációs maradék hibák és a valós idejű korrekciók összevont értékét $(dX = dX_T + dX_k, \dots)$ küldi el a központ a felhasználónak.
- A felhasználó a javított geocentrikus koordinátát $(X = X_E + dX_k, \dots)$ a beépített országos paraméterekkel átszámítja helyi rendszerbe (y, x, M) .



4-15. ábra. Az RTCM alapú VITEL eljárásnál a központ és a felhasználó feladatai

6. 4.6 Összefoglalás

Ebben a modulban a GPS-EOV transzformációs eljárások megvilágítására törekedtünk. Ismertettük a leggyakoribb 3D és 2D transzformációs modelleket. Példákat mutattunk be a hazai alkalmazásokra, levonva a tanulságokat.

Ismertettük a leggyakrabban alkalmazott szoftveres megoldások (köztük az EHT és VITEL) lényegét.

Önellenőrző kérdések:

1. A GPS-EOV 3D lokális hasonlósági transzformáció előtt milyen átalakításon mennek át a helyi (EOV/Balti) adatok?
2. Mi a geoid-modell használatának előnye transzformációnál?
3. Mit jelent a térbeli hasonlósági transzformációs modell "2D" változata (használat)?
4. Hasonlítsa össze a hasonlósági és a polinomos modellt!
5. Mit jelent az interpoláció a transzformációs modellekben?
6. Mi a lokális transzformáció alkalmazásának oka, lényege?
7. Mi a keresősugaras transzformáció alkalmazásának oka, lényege?
8. Mi az EHT elve, bemenő és kimenő adatai?
9. Mi a VITEL elve?
10. Hogyan képezik a VITEL ún. maradék hibáit?
11. Mi az RTCM VITEL elve?

Irodalomjegyzék

Ádám J : *Magyarországon alkalmazott geodéziai vonatkozási rendszerek vizsgálata.* Geodézia és Kartográfia, 2000/12.

- Ádám J : *A WGS84 geodéziai világrendszer és továbbfejlesztései*. Geodézia és Kartográfia, 2008/9.
- Ádám J, Bányai L, Borza T, Busics Gy, Kenyeres A, Krauter A, Takács B : *Műholdas helymeghatározás*. Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2004
- Bácsatyai L: *Magyarországi vetületek*. Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó. Budapest. 1993
- Bányai L: *Koordinátatranszformáció geoidundulációk becslésével*. Geomatikai Közlemények, 2005
- Barsi Á (1999): *Koordinátatranszformációk megoldása neurális hálózatokkal*. *Geodézia és Kartográfia*, 1999/10, 12-18.
- Borza T, Kenyeres A, Virág G (2007): *Műholdas geodéziai vonatkoztatási rendszerünk (ETRS89) felújítása*. *Geodézia és Kartográfia*, 2007/10-11. 40-48.
- Busics Gy: *Kétdimenziós transzformációk GPS mérések átszámítására*. *Geodézia és Kartográfia*,
- Busics Gy: *Közelítő transzformációk a GPS és az EOVS koordináta-rendszerei között*. *Geodézia és Kartográfia*, 1996/6. 20-26.
- Busics Gy: *Közelítő transzformációk a WGS 84 rendszerből a hazai EOVS és Gauss-Krüger vetületekbe való áttéréshez*. *Geomatika*, 1999/7. 12-14.
- Busics Gy: *Az ETRS89 és a HD72 rendszerek közötti térbeli hasonlósági transzformáció néhány gyakorlati kérdése*. *Geod. és Kart.* 2005/1. 14-19.
- Busics Gy: *Minősítő vélemény a VITEL nevű transzformációs programról*. 2006
- Gyenes R., - Kulcsár A: *Koordinátatranszformációk: elmélet és gyakorlat*. *GIS Open konferencia CD kiadványa, NYME GEO, Székesfehérvár, 2007*.
- Hofmann-Wellenhop B, Lichtenegger H, Collins J: *Global Positioning System Theory and Practice. Fourth, revised edition*. Springer-Verlag. Wien, New York 1997
- Husti Gy, -Ádám J, Bányai L, Borza T, Busics Gy, Krauter A : *Globális helymeghatározó rendszer (bevezetés)*. Nyugat-Magyarországi Egyetem, Sopron, 2000.
- Krauter A : *Geodézia*. Egyetemi jegyzet, 2002
- Mihály Sz: *A magyarországi geodéziai vonatkozási és vetületi rendszerek leíró katalógusa*. *Geodézia és Kartográfia*, 1994
- Mnyerczán A. : *Minőségi fejlesztések a hazai GNSS szolgáltatásban*. *Geodézia és Kartográfia*, 2009
- Virág G : *Az Egységes Országos Vízsíntes Alaphálózat vizsgálata az OGPSH tükrében*. *Geodézia és Kartográfia*, 1999/5.
- Virág G, Borza T : *Speciális transzformációs eljárások a valós idejű GNSS helymeghatározásnál*. *Geomatikai Közlemények X. kötet*, Sopron GGKI, 2007