

# LOGIKA ÉS ÉRVELÉSTECHNIKA





SZÉCHENYI TERV

# LOGIKA ÉS ÉRVELÉSTECHNIKA

Készült a TÁMOP-4.1.2-08/2/A/KMR-2009-0041 pályázati projekt keretében  
Tartalomfejlesztés az ELTE TátK Közgazdaságtudományi Tanszékén  
az ELTE Közgazdaságtudományi Tanszék,  
az MTA Közgazdaságtudományi Intézet,  
és a Balassi Kiadó  
közreműködésével.



A projekt az Európai Unió  
támogatásával valósul meg.

Nemzeti Fejlesztési Ügynökség  
[www.ujszechenyiterv.gov.hu](http://www.ujszechenyiterv.gov.hu)  
06 40 638 638



MAGYARORSZÁG MEGÚJUL



A projekt az Európai Unió  
támogatásával valósul meg.



ELTE TáTK Közgazdaságtudományi Tanszék

# Logika és érveléstechnika

2. hét

NULLADRENDŰ LOGIKA 1.

Készítette: Mittelholcz Iván  
Szakmai felelős: Mittelholcz Iván

2011. február

Készült a következő mű felhasználásával:

*Ruzsa Imre–Máté András: Bevezetés a modern logikába. Osiris, 1997.*

# Természetes és formális nyelv

Az érvek helyessége a természetes nyelvben nem igazolható – a mondatok többértelmősége miatt.

## Példa

*Tegnap ott voltam.*

- *Ki?*
  - *Hol?*
  - *Mikor?*
- 
- Az indexikus kifejezések csak szövegkontextussal együtt nyernek értelmet (vagy úgy sem).
  - A következtetések helyessége csak szigorúbb környezetben állapítható meg egyértelműen.
  - Formalizálás: a természetes nyelvi kijelentések „lefordítása” egy formális nyelvre.

## A formális nyelv felépítése (közelítőleg)

### ① Szintaxis:

- a jelek alakja és sorrendje számít (grammatikai kategóriák)
- a jelek jelentése vagy jelölete nem számít

## kifejezés jólformáltsága

*Caesar egy prímszám.*

*Caesar egy és.*

### ② Szemantika: szemantikai értéket rendel a kifejezésekhez

- extenzió (pl. jelölet)
- intenzió (pl. jelentés)

## azonos jelölet – eltérő jelentés

*Caesar fogadott fia*

*Caesar gyilkosa*

# Szintaktikai alapfogalmak 1.

2. hét

Mittelholz Iván

Alapfogalmak

Szintaxis

Szemantika

Mondat-funktorok

Negáció

Konjunkció

mondat: állítást fejez ki – bővebben nem definiáljuk

név: konkrét individuumot, egyedi dolgot jelöl;  
nem töltheti be funkcióját, ha több, vagy ha egy  
dologra sem vonatkozik

- konvenció („névadás”) által
- leírás („deskripció”) által

jó

*a Francia Köztársaság jelenlegi elnöke*  
*Nicolas Sarkozy*

ROSSZ

*a jelenlegi francia király* – semmit nem jelöl  
*Petőfi utca* – sok dolgot jelöl



## Szintaktikai alapfogalmak 2.

2. hét

Mittelholz Iván

Alapfogalmak

Szintaxis

Szemantika

Mondat-funktorok

Negáció

Konjunkció

funktor: befejezetlen kifejezés

- névvel, mondattal (vagy funktorral) kiegészítve nevet vagy mondatot kapunk
- argumentum vagy bemenet: kiegészítendő üres helyek

### egy argumentumú funktorok

*Nem igaz, hogy ...* (mondat)

*... okos.* (név)

### több argumentumú funktorok

*... és ...* (mondatok)

*... bemutatja ...-t ...-nak* (nevek)

# Szintaktikai alapfogalmak 3.

- homogén vs. heterogén: azonos vagy eltérő kategóriájú bemenetek (pl. csak név)
  - továbbiakban csak homogénekkal foglalkozunk

<b>funktortípusok</b>	<b>bemenet</b>	<b>kimenet</b>	<b>példa</b>
<b>mondatfunktör</b>	mondat	mondat	<b>és</b>
<b>névfunktör</b>	név	név	<b>+</b>
<b>predikátum</b>	név	mondat	<b>piros</b>

## példák

*Esik az eső és süt a nap.* (mondatokból mondat)

*5 + 7 (= 12 – számnévből számnév)*

*Ez a labda piros.* (névből mondat)

# Szemantikai alapfogalmak 1.

2. hét

Mittelholz Iván

Alapfogalmak

Szintaxis

**Szemantika**

Mondat-funktorok

Negáció

Konjunkció

Alapvető szemantikai értékek:

- 1 *faktuális érték* (vagy *extenzió*)
- 2 *intenzió*

Extenzionális logikában csak a *faktuális érték* (extenzió) számít.

<u>szintaktikai kategória</u>	<u>faktuális érték</u>
név	jelölet
mondat	igazságérték
funktor	függvény

funktor *faktuális értéke*: függvény, ami a funktor bemeneteinek *faktuális értékéhez* kimenetei *faktuális értékét* rendeli

## Szemantikai alapfogalmak 2.

Funktorok faktuális értékei:

- mondatszintű: igazságértékhez rendel igazságértéket

### tagadás (negáció)

*Nem igaz, hogy a hó fehér.* – Igazhoz rendelünk Hamisat

*Nem igaz, hogy a hó fekete.* – Hamishoz rendelünk Igazat

- névszintű: jelölethez rendel jelöletet

### összeadás

$7 + 5$  – számhoz számot (12) rendelünk

- predikátumszintű: jelölethez rendel igazságértéket

### *piros*

*Ez a labda piros.* – a piros függvény a labdára az *Igaz* értéket veszi fel (a 'hó'-ra viszont a *Hamisat*)

# Faktuális érték és felcserélhetőség

Extenzionális környezetben azonos faktuális értékű kifejezések felcserélhetőek anélkül, hogy az egész kifejezés faktuális értéke megváltozna.

## mondat felcserélése

*Nem igaz, hogy a hó fekete.*

*Nem igaz, hogy a jég forró.* – az igazságérték marad

## név felcserélése (Béla = Aranka férje)

*Béla sokat dolgozik.* – azonos jelölésű névnel ig.érték marad

*Aranka férje sokat dolgozik.*

## intenzionális környezet (Géza nem tudja, hogy Béla házas)

*Géza azt hiszi, hogy Béla sokat dolgozik.* ≠

*Géza azt hiszi, hogy Aranka férje sokat dolgozik.*

- logikai elemzés: összetett kifejezések felbontása funktorra és argumentumaira
- nulladrendű logika: csak mondatfunktorra és elemi mondatokra bont
- elsőrendű logika: névfunktorokat és predikátumokat is felhasznál az elemzésben
  - névfunktorok: matematikai műveletek formalizálásánál lényeges – nekünk nem
  - predikátumok: mindenhol fontos – mi is tárgyalni fogjuk

Most a nulladrendű logika mondatfunktorait vizsgáljuk meg.

- $A, B$  stb.: mondatsémák – tetszőleges konkrét mondatokkal helyettesíthető
- $\Leftrightarrow$ : ekvivalencia reláció – a két (összetett)mondat logikailag egyenértékű
- $\Rightarrow$ : következmény reláció
- következtetések:  $\{premissák\} \Rightarrow konklúzió$
- logikai igazságok:  $\emptyset \Rightarrow logikai igazság$ 
  - logikai igazság: tényektől függetlenül igaz, üres premissahalmazból következik (az üreshalmaz jele elhagyható)

# Negáció – bevezetés 1.

2. hét

Mittelholcz Iván

Alapfogalmak

Szintaxis

Szemantika

Mondat-funktorok

**Negáció**

Konjunkció

## mondat és állítmány tagadása

*Nem igaz, hogy Aladár lüke.* – hamis, ha Aladár lüke

*Aladár nem lüke.* – hamis, ha Aladár lüke

A két mondat ekvivalens, mert ugyanaz az igazságfeltételük, de a mondat tagadása mindig egyértelmű – használjuk azt!

## más mondatrészek tagadása

*Nem Aladár lüke.*

- Nem igaz, hogy Aladár lüke, és van valaki, aki lüke.



### más mondatrészek tagadása

*Aladár nem Krisztát ütötte meg.*

- Nem igaz, hogy Aladár Krisztát ütötte meg, és Aladár valakit megütött.

### kettős tagadás

*Nem igaz, hogy nem igaz, hogy Aladár lüke.*

*Nem igaz, hogy Aladár nem lüke.*

- egy állítás kétszeres tagadása ekvivalens az eredeti állítással

- egy argumentumú mondatfunktör
- szimbóluma:  $\sim$
- definíció: Egy állítás negációja ( $\sim A$ ) akkor és csak akkor igaz, ha az állítás ( $A$ ) hamis.
- igazságfüggvénye:

$A$	$\sim A$
1	0
0	1

- kettős tagadás:  $\sim\sim A \Leftrightarrow A$

## és

*Esik az eső, és fúj a szél.* – másképpen:

*Az eső is esik, a szél is fúj.* – vagy kötőszavak nélkül:

*Esik az eső, fúj a szél.*

- hamis, ha nem esik az eső (hiába fúj)
- hamis, ha nem fúj a szél (hiába esik)
- hamis, ha nem is esik és nem is fúj
- igaz akkor, és csak akkor, ha esik is és fúj is

## ellentét

*János vett kenyeret, de tejet elfelejtett.*

hasonlók: pedig, noha, bár

- ezeket 'és'-ként formalizáljuk, de információ veszteséggel: a tagmondatok ellentétességét nem tudjuk kifejezni

# Konjunkció – igazságfüggvény

2. hét

Mittelholcz Iván

Alapfogalmak

Szintaxis

Szemantika

Mondat-funktorok

Negáció

**Konjunkció**

- két argumentumú mondatfunktör
- szimbóluma:  $\&$
- definíció: Két állítás konjunkciója ( $A \& B$ ) akkor, és csak akkor igaz, ha mindkét állítás ( $A$  és  $B$ ) igaz.
- igazságfüggvénye:

$A$	$B$	$A \& B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

- kommutatív:  $A \& B \Leftrightarrow B \& A$
- asszociatív:  $(A \& B) \& C \Leftrightarrow A \& (B \& C)$

# Konjunkció – szabályok

2. hét

Mittelholz Iván

Alapfogalmak  
Szintaxis  
Szemantika

Mondat-funktorok  
Negáció  
Konjunkció

Következtetés: konjunkció igazságából következtethetünk valamely tagjának igazságára

- $A \& B \Rightarrow A$

Logikai igazság: az „ellentmondásmentesség” elve

- $\Rightarrow \sim (A \& \sim A)$

Tagadás: konjunkció tagadása nem ekvivalens tagjai tagadásával

- $\sim (A \& B) \not\equiv \sim A \& \sim B$

## Példa

*Nem igaz, hogy ennek a bocinak van füle és farka.* – igaz, ha nincs valamelyik

*Ennek a bocinak se füle, se farka.* – igaz, ha nincs egyik sem

# Feladatok 1.

Fogalmazd át a mondatokat a többszörös tagadások egyszerűsítésével.

- Tévedés, hogy nem a Balatont úsztad át.
- Nincs igaza annak, aki tagadja, hogy nem kell átúszni a Balatont.
- Nincs igaza annak, aki tagadja, hogy nem a Balatont kell átúszni.
- Nem igaz, hogy tévedés lenne a Balaton-átúszás lehetőségét tagadni.

## Feladatok 2.

2. hét

Mittelholz Iván

Alapfogalmak

Szintaxis

Szemantika

Mondat-funktorok

Negáció

Konjunkció

Keress meg az atomi mondatokat és írd közéjük a megfelelő funktorokat. Használj zárójeleket!

- Jenő és Janka testvérek, de Géza nem az ő apjuk.
- Jenő, miközben esett az eső sietve ment Gézához, aki Jankával beszélgetett és nem várta Jenőt.
- Nem igaz, hogy Jenő és Janka nem testvérek, hiszen közösek a szüleik.