

LOGIKA ÉS ÉRVELÉSTECHNIKA





SZÉCHENYI TERV

LOGIKA ÉS ÉRVELÉSTECHNIKA

Készült a TÁMOP-4.1.2-08/2/A/KMR-2009-0041 pályázati projekt keretében
Tartalomfejlesztés az ELTE TátK Közgazdaságtudományi Tanszékén
az ELTE Közgazdaságtudományi Tanszék,
az MTA Közgazdaságtudományi Intézet,
és a Balassi Kiadó
közreműködésével.



Nemzeti Fejlesztési Ügynökség
www.ujszechenyiterv.gov.hu
06 40 638 638



MAGYARORSZÁG MEGÚJUL



A projekt az Európai Unió
támogatásával valósul meg.



ELTE TáTK Közgazdaságtudományi Tanszék

Logika és érveléstechnika

5. hét

ELSŐRENDŰ LOGIKA 1.

Készítette: Mittelholcz Iván
Szakmai felelős: Mittelholcz Iván

2011. február

Készült a következő mű felhasználásával:

Ruzsa Imre–Máté András: Bevezetés a modern logikába. Osiris, 1997.

Új grammatikai kategóriák és szemantikai értékeik

5. hét

Mittelholcz Iván

individuumnév: egyedi, konkrét dolgot (individuumot) jelöl
faktuális értéke: individuum

Nevek és
predikátumok

Változók és
kvantorok

nevek

Janka

Janka férje

ő

predikátum: funktor, névből képez mondatot
faktuális értéke: individuumokhoz igazságértéket
rendelő függvény

predikátumok

Janka főz.

Janka férje bemutatta Jankát a gyilkosnak.

Géza gyilkos. – gyilkos (Géza)

Géza (van) a gyilkos. – Géza = „a gyilkos”

Probléma: mi az, ami név lehet? Aminek egy, és csak egy jelölete van.

Általában a *kontextus* alapján döntjük el, mi a név jelölete.

Példa: egy osztály tanulóiról beszélünk és Aladárról:

- csak egy Aladár van az osztályban – egyértelmű
- nincs Aladár az osztályban – értelmetlen
- több Aladár van az osztályban
 - megkülönböztetjük őket (leírás, vezetéknev stb.)
 - szűkítjük beszélgetés keretét: pl. a kémia szakkörre, amiben csak egy Aladár van

Tárgyalási univerzum, többértelműség

Tárgyalási univerzum (U): a kontextus megfelelője a logikában;
individuumok halmaza, amin az elemzésben szereplő nevek jelölete
egyértelmű

Janka, Janka férje, a gyilkos, ő: lehetnek nevek, ha egyértelmű,
hogy U melyik elemére vonatkozik

- elmélet, érv stb. gyártásánál a tárgyalási univerzumot és az individuumneveket úgy kell egymáshoz igazítani, hogy egyértelmű legyen a nevek használata
- elmélet, érv stb. elemzésénél, ha nem tudjuk megszüntetni a többértelműséget (sem tulajdonságokkal, sem U megfelelő szűkítésével), akkor párhuzamosan több elemzést készítünk melyek önmagukban egyértelműek

indexelés

Aladár₁ okos.

Aladár₂ okos.

Mi lehet individuum? Mi lehet a tárgyalási univerzum eleme?

- nagyjából bármi, ami egyértelmű, körülhatárolható
- emlősök
- atomok – fizika (realizmus/instrumentalizmus)
- számok – matematika (absztrakt)
- problémák:
 - anyagfajták egy mennyisége (pl. a pohárban lévő víz) – ezeket nem szoktuk individuumként kezelni
 - rész-egész problémák: az individuumok egy adott osztály „atomjai”, elemei – az individuum részeit tarthatjuk individuumoknak (pl. szék – székláb), de csak óvatosan! (paradoxonok)

Nincs kőbe vésve, mit kell/lehet individuumnak tartani.

Az egyes szaktudományok ontológiája mondja meg, az aktuális elemzés során mit tekintünk individuumnak.

A predikátum funktor, ami névhez igazságértéket rendel

monadikus predikátumok – egy argumentum

Géza *telefonál*.

Janka *szőke*.

Jenő *sovány*.

diadikus predikátumok – két argumentum

Rómeó *szereti* Júliát.

Aladár és Bendegúz *testvérek*. – Figyeljünk az és-re!

Jenő *alacsonyabb* Jankánál.

poliadikus predikátumok – több argumentum

Géza *bemutatta* Jankát Jenőnek.

Janka *elküldte* Jenőt Budára Gézához.

monadikus predikátum

Janka *szőke*.

A *szőke* monadikus predikátum 1-et rendel a tárgyalási univerzum azon individuumaihoz, amelyek *szőkék*, és 0-át a többihez;

Általánosan: a predikátum faktuális értéke az a függvény, ami a tárgyalási univerzum individuumiából képzett *rendezett n -esek*hez rendel igazságértéket, ahol n a predikátum argumentumainak száma.

- véges individuum esetén a függvény elvben elkészíthető
- a függvény kiválasztja U -ból a predikátum igazságtartományát

igazságtartomány (terjedelem, extenzió) a tárgyalási univerzum azon individuumainak osztálya, melyekre a (monadikus) predikátum igaz

nem ekvivalens mondatok

Rómeó szereti Júliát.

Júlia szereti Rómeót.

Az argumentumok sorrendjére ügyeljünk!

ekvivalens mondatok

Jenő alacsonyabb Jankánál.

Jankánál alacsonyabb Jenő.

Mindegy, elsőre milyen sorrendben formalizálunk, de utána ugyanúgy formalizáljuk az azonos szemantikai értékű kifejezéseket.

Mi lehet predikátum?

5. hét

Mittelholcz Iván

predikátumok

Géza *költő*.

Géza *rossz költő*.

Géza *nagyon rossz költő*.

- szabadon eldönthetjük, az adott elemzésben mit tekintünk atomi predikátumnak, és mit bontunk fel
- *rossz*: funktor, aminek a bemenete és kimenete is predikátum

argumentum szám

Rómeó *szereti Júliát*. – x szereti Júliát: egy argumentum

Rómeó *szereti Júliát*. – x szereti y -t: két argumentum

azonos argumentumok

Janka *fésülködik*. – x fésülködik

Janka *fésülködik*. – x fésüli y -t (és $x=y$)

Nevek és
predikátumok

Változók és
kvantorok

Formalizálás

név:

- az abc kisbetűit használunk (a, b, c)
- szükség esetén indexelünk (a_1, a_2 stb.)

predikátum:

- prefix írásmód: elől a predikátum, utána az argumentumai
- az abc nagybetűi F -től (F, G, H stb.)

szövegesen

szereti(Rómeó)(Júlia)

szimbólumokkal

$F(a)(b)$ vagy Fab

szótár

a : Rómeó, b : Júlia

$F(xy)$: x szereti y -t – az argumentumok sorrendjét meg kell adni!

Nulladrendben: elemi mondatokat igazságértékkel látjuk el –
ezáltal az összetett mondatok is igazságértéket kapnak

Első rendben:

- megadjuk a tárgyalási univerzumot (U)
- megadjuk a használt predikátumok igazságtartományát U -ra
- megadjuk a használt nevek jelöleteit U -ban,

ezáltal a mondataink is igazságértéket kapnak (ha van felbontatlan mondatunk, igazságértéket rendelünk hozzá, mint nulladrendben)

zárt mondat

Janka főz.

$F(j)$

A zárt mondatok igazak vagy hamisak.

nyitott mondat

$főz(x)$

$F(x)$

Ha egy mondatban egy nevet individuumváltozóra cserélünk, nyitott mondatot kapunk. A nyitott mondatnak – amíg nem rendelünk értéket a változókhoz – nincs igazságértéke.

szabad változó bevezetése

Ha Géza egyetemista, van indexe.

$\text{egyetemista}(\text{Géza}) \supset \text{van indexe}(\text{Géza})$

$\text{egyetemista}(x) \supset \text{van indexe}(x)$

változó lekötése

minden x , ha x egyetemista, akkor x -nek van indexe

minden x -re: $\text{egyetemista}(x) \supset \text{van indexe}(x)$

- *operátor*: leköti a hatókörében lévő szabad változót
 - *minden*: univerzális kvantor
- ha egy nyitott mondat (minden) szabad változóját lekötjük, akkor zárt mondatot kapunk: igazságértéke lesz

Változók lekötése 2.

5. hét

Mittelholz Iván

szabad változó bevezetése

Gézának van indexe.

van indexe(Géza)

van indexe(y)(Géza) – indexe(y)(x): y indexe x -nek

Nevek és
predikátumok

Változók és
kvantorok

változó lekötése

van olyan y , hogy indexe(y)(x)

van olyan y , hogy indexe(y)(Géza)

- *van olyan*: egzisztenciális kvantor
- szintén leköti a szabad változót és igazságértékkel bíró mondatot képez

teljes mondat

minden x -re: egyetemista(x) \supset van olyan y , hogy indexe(y)(x)

- univerzális kvantor: $\forall x(A)$
- egzisztenciális kvantor: $\exists x(A)$
 - mindig jelöljük zárójellel a hatókört
 - A -ban nem kell legyen x
- tagadás
 - nem minden x -re: $\sim \forall x(A) \Leftrightarrow \forall x(\sim A)$
 - nincs olyan x : $\sim \exists x(A) \Leftrightarrow \exists x(\sim A)$

a példamondat

minden x -re: egyetemista(x) \supset van olyan y , hogy indexe(y)(x)
szótár: $E(x)$: x egyetemista; $I(y)(x)$: y indexe x -nek
 $\forall x(E(x) \supset \exists y(I(y)(x)))$

Univerzális állítás tagadása: egzisztenciális állítás és a hatókörön belüli mondat tagadása.

Egzisztenciális állítás tagadása: univerzális állítás és a hatókörön belüli mondat tagadása.

- $\sim \forall x(A) \Leftrightarrow \exists x(\sim A)$

- $\sim \exists x(A) \Leftrightarrow \forall x(\sim A)$

Az egzisztenciális és az univerzális kvantor kifejezhető egymással:

- $\sim \forall x(\sim A) \Leftrightarrow \exists x(A)$

- $\sim \exists x(\sim A) \Leftrightarrow \forall x(A)$

Feladatok 1.

5. hét

Mittelholcz Iván

Nevek és
predikátumok

Változók és
kvantorok

Formalizáld az alábbi mondatokat elsőrendű logikában
(a formalizáláshoz mellékeld a szótárat is)!

- Jenő mindenkinél alacsonyabb.
- Jankánál mindenki alacsonyabb.
- Aladárnak van testvére.
- Mindenkinek van testvére.

Feladatok 2.

5. hét

Mittelholcz Iván

Nevek és
predikátumok

Változók és
kvantorok

Formalizáld az alábbi mondatokat elsőrendű logikában
(a formalizáláshoz mellékel a szótárat is)!

- Minden holló fekete.
- Van olyan holló, amely fekete.
- Nem minden arany, ami fénylik.
- Nincs olyan az osztályban, akinek ne lenne testvére.