

# LOGIKA ÉS ÉRVELÉSTECHNIKA





**SZÉCHENYI TERV**

# LOGIKA ÉS ÉRVELÉSTECHNIKA

**Készült a TÁMOP-4.1.2-08/2/A/KMR-2009-0041 pályázati projekt keretében  
Tartalomfejlesztés az ELTE TátK Közgazdaságtudományi Tanszékén  
az ELTE Közgazdaságtudományi Tanszék,  
az MTA Közgazdaságtudományi Intézet,  
és a Balassi Kiadó  
közreműködésével.**



**MAGYARORSZÁG MEGÚJUL**



**A projekt az Európai Unió  
támogatásával valósul meg.**

Nemzeti Fejlesztési Ügynökség  
[www.ujszechenyiterv.gov.hu](http://www.ujszechenyiterv.gov.hu)  
06 40 638 638



MAGYARORSZÁG MEGÚJUL



A projekt az Európai Unió  
támogatásával valósul meg.



ELTE TáTK Közgazdaságtudományi Tanszék

# Logika és érveléstechnika

8. hét

ELSŐRENDŰ LOGIKA 4.

Készítette: Mittelholcz Iván  
Szakmai felelős: Mittelholcz Iván

2011. február

Készült a következő mű felhasználásával:

*Ruzsa Imre–Máté András: Bevezetés a modern logikába. Osiris, 1997.*

## kétértékűség megsértése

*Ez a mondat hamis.*

Elemzés:

- Tegyük fel, hogy a mondat igaz. Ekkor teljesül, amit állít: hamis (nem igaz). Ellentmondás!
- Tegyük fel, hogy a mondat hamis. Ekkor nem igaz, amit állít, tehát nem hamis. Ellentmondás!

Lehetséges stratégiák:

- értékréses logika
- önreferencia tiltása

## kétértékűség megsértése – ismét

*A következő mondat igaz.*

*Az előző mondat hamis.*

Elemzés:

- Tegyük fel, hogy az első mondat igaz. Ekkor igaz, amit a második mondat állít, tehát az első mondat hamis.  
Ellentmondás!
- Tegyük fel, hogy az első mondat hamis. Ekkor nem igaz, amit a második mondat állít, tehát az első mondat nem hamis.  
Ellentmondás!

Az önreferencia tiltása nem elég: azt kell megtiltani, hogy egy nyelven belül az adott nyelv bármely formulájára referáljunk (más lehetőségek is vannak).

## Megkülönböztetés:

- tárgynyelv: az a nyelv, amiről beszélünk
  - elsőrendű nyelv, mint tárgynyelv része pl. a  $\&$ ,  $\supset$ ,  $\sim$  stb.
- metanyelv: az a nyelv, amin beszélünk a tárgynyelvről
  - az elsőrendű nyelv metanyelvének része pl. a  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ ,  $\nRightarrow$  stb.  
(követkeményreláció: állítások közötti viszony, ami az állításokhoz képest meta nyelven fejezzük ki)
- szótár: kifejezések fordítása a két nyelv között

## Természetes nyelv:

- mindig rekonstruálható benne a hazug-paradoxon
- általában metanyelvként használjuk



$$L^1 = \langle \text{Log}, \text{Var}, \text{Con}, \text{Term}, \text{Form} \rangle$$

- logikai konstansok:  $\text{Log} = \{ (, ), \sim, \&, \forall, = \}$ 
  - $\vee, \supset, \equiv, \exists$  szintén fölvehető  $\text{Log}$ -ba, de definícióval is bevezethetők
- kvantifikálható változók:  $\text{Var} = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 
  - végtelen változó áll rendelkezésre
- nem logikai konstansok:  $\text{Con}$  tartalmazza a neveket és a predikátumokat
  - a felbontatlanul hagyott mondatok 0 bemenetű predikátumokként kezelendők
  - $\text{Con}$  akár üres is lehet
- terminusok:  $\text{Term}$  nevek és változók
  - csak a formulák ( $\text{Form}$ ) definíciójához szükségesek

Induktív definíció:

- bázis: megadjuk a definiálandó osztály egy részosztályát (*atomi formulák*)
  - ha  $F$   $n$ -argumentumú predikátum és  $t_1, \dots, t_n$  terminusok, akkor  $F(t_1 \dots t_n)$  atomi formula
  - ha  $t_1$  és  $t_2$  terminusok, akkor  $t_1 = t_2$  atomi formula
  - az atomi formulák formulák
- indukciós szabályok: milyen további elemek tartoznak az osztályba
  - ha  $A$  formula, akkor  $\sim A$  is formula
  - ha  $A$  és  $B$  formula, akkor  $A \& B$  is formula
- záradék: más dolgok nem tartoznak az osztályba

Interpretáció:  $I_p = \langle U, \phi \rangle$

- $U$ : individuum tartomány (tárgyalási univerzum)
- $\phi$ : függvény, ami faktuális értéket rendel a nyelv nem logikai konstansaihoz ( $Con$ )
  - ha  $c$  névkonstans, akkor  $\phi(c) \in U$
  - ha  $F$  0 argumentumú predikátum, akkor  $\phi(F)$  0 vagy 1 (igazságérték)
  - ha  $F$   $n$  argumentumú predikátum, akkor  $\phi(F)$   $U$  elemeiből képzett rendezett  $n$ -esek osztálya

Értékelés:  $v$  függvény, ami a nyelv változóihoz  $U$  egy-egy elemét rendeli

- ha  $x \in Var$ , akkor  $v(x) \in U$

$|\dots|_v^I_p$ : jelöli  $\dots$  kifejezés faktuális értékét

Pl.  $|A \& B|_v^I_p = 1$  ha  $|A|_v^I_p = 1$  és  $|B|_v^I_p = 1$

## Szemantikai felépítés:

- nem tekint el a logikai szavak jelentésétől ( $\sim$ ,  $\&$ ,  $\vee$  stb.)
- az interpretáció (az individuumokra és a predikátumok jelentése) szükséges a felépítéshez, de a később már nincs szükség rá

## Szintaktikai felépítés (kalkulus):

- tisztán formai szabályok
- nem vesz figyelembe semmi „nyelven kívülit” (individuumokat, jelentést)

Kérdés: lehet-e szerkeszteni tisztán szintaktikai rendszert, amely lefedi a szemantikait? szintaktikai következményreláció jele:  $\vdash$

- egy kalkulus *helyes*, ha  $\Gamma \vdash A$  esetén mindig  $\Gamma \Rightarrow A$  is fennáll
- egy kalkulus *teljes*, ha  $\Gamma \Rightarrow A$  esetén mindig fennáll  $\Gamma \vdash A$  is

- alapsémák
  - pl.  $(A \supset (B \supset A))$
- levezetési szabályok
  - ha  $A$  alapformula, vagy  $A \in \Gamma$ , akkor  $\Gamma \vdash A$
  - ha  $\Gamma \vdash (A \supset B)$  és  $\Gamma \vdash A$ , akkor  $\Gamma \vdash B$  (*modus ponens*)

## Megjegyzések

- elsőrendű szemantikához van szintaxis, amely helyes és teljes
- elsőrendben nincs univerzális eldöntési eljárás (emlékezz az analitikus táblázat végtelen regresszusára  $\forall x \exists y (Fxy)$  esetén)