

# LOGIKA ÉS ÉRVELÉSTECHNIKA

Készült a TÁMOP-4.1.2-08/2/a/KMR-2009-0041 pályázati projekt keretében  
Tartalomfejlesztés az ELTE TáTK Közgazdaságtudományi Tanszékén  
az ELTE Közgazdaságtudományi Tanszék  
az MTA Közgazdaságtudományi Intézet  
és a Balassi Kiadó  
közreműködésével

Készítette: Mittelholcz Iván

Szakmai felelős: Mittelholcz Iván

2011. február



# Logika és érveléstechnika

2. hét

## Nulladrendű logika 1.

Mittelholcz Iván

Készült a következő mű felhasználásával:

*Ruzsa Imre–Máté András: Bevezetés a modern logikába. Osiris, 1997.*

## Alapfogalmak

### Természetes és formális nyelv

Az érvek helyessége a természetes nyelvben nem igazolható – a mondatok többértelműsége miatt.

### Példa

*Tegnap ott voltam.*

- *Ki?*
- *Hol?*
- *Mikor?*
- Az indexikus kifejezések csak szövegkontextussal együtt nyernek értelmet (vagy úgy sem).
- A következtetések helyessége csak szigorúbb környezetben állapítható meg egyértelműen.
- Formalizálás: a természetes nyelvi kijelentések „lefordítása” egy formális nyelvre.

### Szintaktika és szemantika

A formális nyelv felépítése (közelítőleg)

1. Szintaxis:

- a jelek alakja és sorrendje számít (grammatikai kategóriák)
- a jelek jelentése vagy jelölete nem számít

#### kifejezés jóformáltsága

*Caesar egy prímszám.*

*Caesar egy és.*

2. Szemantika: szemantikai értéket rendel a kifejezésekhez

- extenzió (pl. jelölet)
- intenzió (pl. jelentés)

#### azonos jelölet – eltérő jelentés

*Caesar fogadott fia*

*Caesar gyilkosa*

## Szintaxis

### Szintaktikai alapfogalmak 1.

**mondat:** állítást fejez ki – bővebben nem definiáljuk

**név:** konkrét individuumot, egyedi dolgot jelöl;

nem töltheti be funkcióját, ha több, vagy ha egy dologra sem vonatkozik

- konvenció („névadás”) által
- leírás („deskripció”) által

**jó**

*a Francia Köztársaság jelenlegi elnöke*

*Nicolas Sarkozy*

**rossz**

*a jelenlegi francia király* – semmit nem jelöl

*Petőfi utca* – sok dolgot jelöl

### Szintaktikai alapfogalmak 2.

**funktor:** befejezetlen kifejezés

- névvel, mondattal (vagy funktorral) kiegészítve nevet vagy mondatot kapunk
- argumentum vagy bemenet: kiegészítendő üres helyek

**egy argumentumú funktorok**

*Nem igaz, hogy ...* (mondat)

*... okos.* (név)

**több argumentumú funktorok**

*... és ...* (mondatok)

*... bemutatja ...-t ...-nak* (nevek)

### Szintaktikai alapfogalmak 3.

- homogén vs. heterogén: azonos vagy eltérő kategóriájú bemenetek (pl. csak név)
  - továbbiakban csak homogénekkal foglalkozunk

funktortípusok	bemenet	kimenet	példa
<b>mondatfunktor</b>	mondat	mondat	<b>és</b>
<b>névfunktor</b>	név	név	<b>+</b>
<b>predikátum</b>	név	mondat	<b>piros</b>

**példák**

*Esik az eső és süt a nap.* (mondatokból mondat)

*5 + 7 (= 12 – számnévből számnév)*

*Ez a labda piros.* (névből mondat)

## Szemantika

### Szemantikai alapfogalmak 1.

Alapvető szemantikai értékek:

1. *faktuális érték* (vagy *extenzió*)
2. *intenzió*

Extenzionális logikában csak a faktuális érték (extenzió) számít.

szintaktikai kategória	faktuális érték
név	jelölet
mondat	igazságérték
funktor	függvény

funktor faktuális értéke: függvény, ami a funktor bemeneteinek faktuális értékéhez kimenetei faktuális értékét rendeli

### Szemantikai alapfogalmak 2.

Funktorok faktuális értékei:

- mondatfunktor: igazságértékhez rendel igazságértéket

#### tagadás (negáció)

*Nem igaz, hogy a hó fehér.* – Igazhoz rendelünk Hamisat

*Nem igaz, hogy a hó fekete.* – Hamishoz rendelünk Igazat

- névfunktor: jelölethez rendel jelöletet

#### összeadás

$7 + 5$  – számhoz számot ( $12$ ) rendelünk

- predikátum: jelölethez rendel igazságértéket

#### *piros*

*Ez a labda piros.* – a piros függvény a labdára az *Igaz* értéket veszi fel (a 'hó'-ra viszont a *Hamisat*)

### Faktuális érték és felcserélhetőség

Extenzionális környezetben azonos faktuális értékű kifejezések felcserélhetőek anélkül, hogy az egész kifejezés faktuális értéke megváltozna.

#### mondat felcserélése

*Nem igaz, hogy a hó fekete.*

*Nem igaz, hogy a jég forró.* – az igazságérték marad

#### név felcserélése (Béla = Aranka férje)

*Béla sokat dolgozik.* – azonos jelöletű névnél ig.érték marad

*Aranka férje sokat dolgozik.*

#### intenzionális környezet (Géza nem tudja, hogy Béla házas)

*Géza azt hiszi, hogy Béla sokat dolgozik.*  $\neq$

*Géza azt hiszi, hogy Aranka férje sokat dolgozik.*

# Mondat-funktorok

## Nulladrendű logika

- logikai elemzés: összetett kifejezések felbontása funktorra és argumentumaira
- nulladrendű logika: csak mondatfunktorra és elemi mondatokra bont
- elsőrendű logika: névfunktorokat és predikátumokat is felhasznál az elemzésben
  - névfunktorok: matematikai műveletek formalizálásánál lényeges – nekünk nem
  - predikátumok: mindenhol fontos – mi is tárgyalni fogjuk

Most a nulladrendű logika mondatfunktorait vizsgáljuk meg.

## Jelölések

- $A, B$  stb.: mondatsémák – tetszőleges konkrét mondatokkal helyettesíthető
- $\Leftrightarrow$ : ekvivalencia reláció – a két (összetett)mondat logikailag egyenértékű
- $\Rightarrow$ : következmény reláció
- következtetések:  $\{premisszák\} \Rightarrow konklúzió$
- logikai igazságok:  $\emptyset \Rightarrow logikai igazság$ 
  - logikai igazság: tényektől függetlenül igaz, üres premisszahalmazból következik (az üreshalmaz jele elhagyható)

## Negáció

### Negáció – bevezetés 1.

#### mondat és állítmány tagadása

*Nem igaz, hogy Aladár lüke.* – hamis, ha Aladár lüke

*Aladár nem lüke.* – hamis, ha Aladár lüke

A két mondat ekvivalens, mert ugyanaz az igazságfeltételük, de a mondat tagadása mindig egyértelmű – használjuk azt!

#### más mondatrészek tagadása

*Nem Aladár lüke.*

- Nem igaz, hogy Aladár lüke, és van valaki, aki lüke.

### Negáció – bevezetés 2.

#### más mondatrészek tagadása

*Aladár nem Krisztát ütötte meg.*

- Nem igaz, hogy Aladár Krisztát ütötte meg, és Aladár valakit megütött.

#### kettős tagadás

*Nem igaz, hogy nem igaz, hogy Aladár lüke.*

*Nem igaz, hogy Aladár nem lüke.*

- egy állítás kétszeres tagadása ekvivalens az eredeti állítással

## Negáció – igazságfüggvény

- egy argumentumú mondatfunktör
- szimbóluma:  $\sim$
- definíció: Egy állítás negációja ( $\sim A$ ) akkor és csak akkor igaz, ha az állítás ( $A$ ) hamis.
- igazságfüggvénye:

$A$	$\sim A$
1	0
0	1

- kettős tagadás:  $\sim\sim A \Leftrightarrow A$

## Konjunkció

### Konjunkció – bevezetés

és

*Esik az eső, és fúj a szél.* – másképpen:

*Az eső is esik, a szél is fúj.* – vagy kötőszavak nélkül:

*Esik az eső, fúj a szél.*

- hamis, ha nem esik az eső (hiába fúj)
- hamis, ha nem fúj a szél (hiába esik)
- hamis, ha nem is esik és nem is fúj
- igaz akkor, és csak akkor, ha esik is és fúj is

ellentét

*János vett kenyeret, de tejet elfelejtett.*

hasonlók: pedig, noha, bár

- ezeket 'és'-ként formalizáljuk, de információ veszteséggel:  
a tagmondatok ellentétességét nem tudjuk kifejezni

### Konjunkció – igazságfüggvény

- két argumentumú mondatfunktör
- szimbóluma:  $\&$
- definíció: Két állítás konjunkciója ( $A \& B$ ) akkor, és csak akkor igaz, ha mindkét állítás ( $A$  és  $B$ ) igaz.
- igazságfüggvénye:

$A$	$B$	$A \& B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

- kommutatív:  $A \& B \Leftrightarrow B \& A$
- asszociatív:  $(A \& B) \& C \Leftrightarrow A \& (B \& C)$

## Konjunkció – szabályok

Következtetés: konjunkció igazságából következtethetünk valamely tagjának igazságára

- $A \& B \Rightarrow A$

Logikai igazság: az „ellentmondásmentesség” elve

- $\Rightarrow \sim (A \& \sim A)$

Tagadás: konjunkció tagadása nem ekvivalens tagjai tagadásával

- $\sim (A \& B) \not\equiv \sim A \& \sim B$

### Példa

*Nem igaz, hogy ennek a bocinak van füle és farka.* – igaz, ha nincs valamelyik

*Ennek a bocinak se füle, se farka.* – igaz, ha nincs egyik sem

### Feladatok 1.

Fogalmazd át a mondatokat a többszörös tagadások egyszerűsítésével.

- Tévedés, hogy nem a Balatont úsztad át.
- Nincs igaza annak, aki tagadja, hogy nem kell átúszni a Balatont.
- Nincs igaza annak, aki tagadja, hogy nem a Balatont kell átúszni.
- Nem igaz, hogy tévedés lenne a Balaton-átúszás lehetőségét tagadni.

### Feladatok 2.

Keresd meg az atomi mondatokat és írd közjük a megfelelő funktorokat. Használj zárójeleket!

- Jenő és Janka testvérek, de Géza nem az ő apjuk.
- Jenő, miközben esett az eső sietve ment Gézához, aki Jankával beszélgetett és nem várta Jenőt.
- Nem igaz, hogy Jenő és Janka nem testvérek, hiszen közösek a szüleik.