

# LOGIKA ÉS ÉRVELÉSTECHNIKA

Készült a TÁMOP-4.1.2-08/2/a/KMR-2009-0041 pályázati projekt keretében  
Tartalomfejlesztés az ELTE TáTK Közgazdaságtudományi Tanszékén  
az ELTE Közgazdaságtudományi Tanszék  
az MTA Közgazdaságtudományi Intézet  
és a Balassi Kiadó  
közreműködésével

Készítette: Mittelholcz Iván

Szakmai felelős: Mittelholcz Iván

2011. február



# Logika és érveléstechnika

## 3. hét

### Nulladrendű logika 2.

Mittelholcz Iván

Készült a következő mű felhasználásával:

*Ruzsa Imre–Máté András: Bevezetés a modern logikába. Osiris, 1997.*

## Alternáció

### Alternáció – bevezetés

vagy

*Esik az eső, vagy fúj a szél.*

*Iszik vagy vezet.*

A 'vagy' két értelme:

- *megengedő vagy*: a két tagmondat lehet egyszerre igaz
- *kizáró vagy*: a két tagmondat nem lehet egyszerre igaz

Alternáción a továbbiakban a megengedő vagyot értjük. A *kizáró vagy* kifejezhető a többi funktor segítségével.

- *megengedő vagy*: hamis, ha mindkét tagmondata hamis – igaz minden más esetben
- *kizáró vagy*: hamis, ha mindkét tagmondata igaz, vagy mindkettő hamis – igaz, ha a tagmondatok igazságértéke eltérő

### Alternáció – igazságfüggvény

- két argumentumú mondatfunktor
- szimbóluma:  $\vee$
- definíció: két állítás alternációja ( $A \vee B$ ) akkor, és csak akkor hamis, ha mindkét állítás ( $A$  és  $B$ ) hamis
- igazságfüggvénye:

$A$	$B$	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

## Alternáció – szabályok

kommutatív:  $A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$

asszociatív:  $(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$

logikai igazság: a kizárt harmadik elve

- $\Rightarrow A \vee \sim A$

következtetés:

- $\{A \vee B; \sim A\} \Rightarrow B$

### következtetés

*A Fradi vagy az UTE nyeri a meccset.*

*Nem a Fradi nyert.*

---

*Az UTE nyert.*

kizáró vagy formalizáva:

- $(A \& \sim B) \vee (\sim A \& B)$

## Kondicionális

### Kondicionális – bevezetés 1.

#### feltételes állítás

*Ha esik az eső, vizes az út.*

- esik, vizes – igaz a kondicionális
- nem esik, vizes (locsólókocsi) – igaz
- nem esik, nem vizes (napos idő) – igaz
- esik, nem vizes – hamis a kondicionális

Kondicionális értelmezése: az előtag igazsága esetén az utótag is igaz. A kondicionálist egyedül az az eset cáfolja, ha az előtagja igaz, de az utótagja hamis.

Formalizálva:  $\sim (A \& \sim B)$

### Kondicionális – bevezetés 2.

Megszorítások, információ veszteség:

- a formalizálás során eltekintünk az összefüggéstől, amit általában a *ha ... , akkor ...* állításokba beleértünk. A  $\sim (A \& \sim B)$  formulával bármilyen két állítást összekapcsolhatunk.
- másképpen: a természetes nyelvi feltételes állítások formalizálhatóak kondicionálisként, de nem minden kondicionálist lehet visszafordítani feltételes állításra

#### összefüggés vs. véletlenszerű tények

*Ha elengedem, leesik.*

*Ha a hó fehér, akkor a Balaton szép.*

- az extenzionális logikában nem tudjuk kezelni az előidejűséget sem

*Aki nem lép egyszerre, nem kap rétest estére.*

## Kondicionális – igazságfüggvény

- két argumentumú mondatfunktör
- szimbóluma:  $\supset$
- definíció: a kondicionális ( $A \supset B$ ) akkor és csak akkor hamis, ha az előtag ( $A$ ) igaz és az utótag ( $B$ ) hamis

$$A \supset B \Leftrightarrow_{df} \sim (A \& \sim B)$$

- igazságfüggvénye:

$A$	$B$	$A \supset B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

## Kondicionális – következtetések 1.

### Modus ponens:

*Ha esik az eső, vizes az út.*

*Esik az eső.*

---

*Vizes az út.*

Formalizálva:  $\{A \supset B; A\} \Rightarrow B$

### Modus tollens:

*Ha esik az eső, vizes az út.*

*Nem vizes az út.*

---

*Nem esik az eső.*

Formalizálva:  $\{A \supset B; \sim B\} \Rightarrow \sim A$

## Kondicionális – következtetések 2.

### Láncszabály:

*Ha esik az eső, vizes az út.*

*Ha vizes az út, a féktávolság megnő.*

---

*Ha esik az eső, a féktávolság megnő.*

Formalizálva:  $\{A \supset B; B \supset C\} \Rightarrow A \supset C$

Megfordíthatóság:  $A \supset B \Leftrightarrow B \supset A$  (nem kommutatív)

*Ha esik az eső, vizes az út.*

*Ha vizes az út, esik az eső.* – nem feltétlenül (locsólókocsi)

Kontraonált:  $A \supset B \Leftrightarrow \sim B \supset \sim A$

*Ha esik az eső, akkor vizes az út.*

*Ha nem vizes az út, akkor nem esik az eső.*

### Kondicionális – egyebek

Nem asszociatív:  $(A \supset B) \supset C \not\equiv A \supset (B \supset C)$

Tagadás:

- a definíció alapján  $\sim (A \supset B) \equiv A \& \sim B$
- természetes nyelvi feltételes állítások tagadásával általában mást fejezünk ki:  $A \supset \sim B$

*Nem igaz, hogy ha nyerek a lottón, házat veszek.*

*\*Nyerek a lottón és nem veszek házat.*

*Ha nyerek a lottón, sem veszek házat.*

Logikai igazság:  $\Rightarrow A \supset A$

- ez a definíció alapján ekvivalens a  $\sim (A \& \sim A)$  formulával

### Kondicionális – kontraintuitív esetek

**igaz bármiből következik**

*Ha a pápa nő, akkor a hó fehér.*

- $B \Rightarrow A \supset B$
- ha az utótag igaz, akkor az egész kondicionális is igaz

**hamisből bármi következik**

*Ha ennek diplomája van, én vagyok a dalai láma.*

- $\sim A \Rightarrow A \supset B$
- ha az előtag hamis, a kondicionális igaz

## Bikondicionális

**Bikondicionális – bevezetés**

**megfordíthatóság és feltételelesség**

*Akkor és csak akkor veszek el feleségül, ha nyersz a lottón.*

két kondicionálisra bontva:

**kondicionálissal**

*Ha nyersz a lottón, elveszlek feleségül.*

*Ha elveszlek feleségül, nyertél a lottón.*

**kontraonálttal**

*Ha nyersz a lottón, elveszlek feleségül.*

*Ha nem nyersz a lottón, nem veszek el feleségül.*

## Bikondicionális – igazságfüggvény

- két argumentumú mondatfunktör
- szimbóluma:  $\equiv$
- definíció: a bikondicionális ( $A \equiv B$ ) akkor, és csak akkor igaz, ha az előtag ( $A$ ) és az utótag ( $B$ ) azonos igazságértékű

$$A \equiv B \Leftrightarrow_{df} (A \supset B) \& (B \supset A)$$

- igazságfüggvénye:

$A$	$B$	$A \equiv B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

## Bikondicionális – következtetések

kommutatív:  $A \equiv B \Leftrightarrow B \equiv A$

asszociatív:  $(A \equiv B) \equiv C \Leftrightarrow A \equiv (B \equiv C)$

*kizáró vagy* igaz, ha a tagmondatok igazságértéke ellentétes – a *bikondicionális* igaz, ha a tagmondatok igazságértéke megegyező

- *kizáró vagy*:  $(A \& \sim B) \vee (\sim A \& B) \Leftrightarrow \sim (A \equiv B)$

a kondicionálisnál megismert következtetési formák itt is működnek:

- $\{A \equiv B; A\} \Rightarrow B$
- $\{A \equiv B; \sim B\} \Rightarrow \sim A$

láncszabály:

- $\{A \equiv B; B \equiv C\} \Rightarrow A \equiv C$

## Feladatok

Keresd meg az atomi mondatokat és írd közjük a megfelelő funktorokat. Használj zárójeleket!

- Géza vagy Jenő apja, vagy nem Janka a lánya.
- Jenő vagy Janka átúszta a Balatont, de nem nem úszták át mindketten.
- Ha Jenő vesz lencsét, Janka tud főzni, és mindketten ebédelhetnek.
- Ha Jenő bevásárol és Janka főz, úgy Géza akkor és csak akkor unatkozik, ha nincs jó műsor a tévében.