

## **PÉLDATÁR – 6.**

### **6. BEGYAKORLÓ FELADAT**

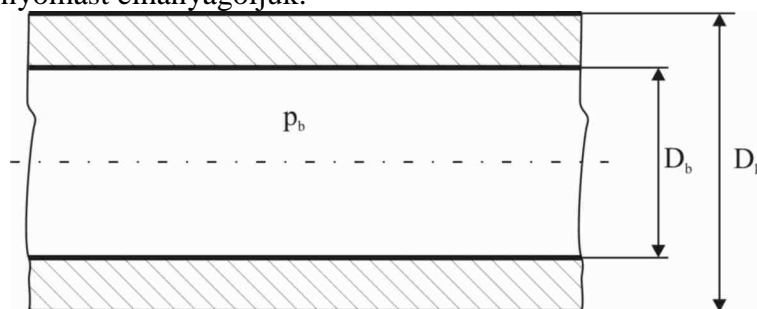
#### **SÍKALAKVÁLTOZÁSI PÉLDA MEGOLDÁSA VÉGESELEM-MÓDSZERREL**

**Szerző: Dr. Oldal István**

## 6. PÉLDA SÍKALAKVÁLTOZÁSRA

### 6.1. Vastag falú cső

Vizsgáljuk meg a 6.1. ábrán látható vastagfalú csőben (20.1.4. fejezetben bemutatott példa) vastag falú cső megoldásának lépéseit síkalakváltozási modellel. A csőben belső nyomás van, a külső légnyomást elhanyagoljuk.



6.1. ábra: Vastag falú cső

Adatok:  $D_b = 60\text{mm}$  ,  $D_k = 120\text{mm}$  ,  $p_b = 30\text{MPa}$  .

### 6.2. Analitikus megoldás

Vastag falú csőben a feszültségek hosszirányban állandóak, a sugár mentén másodfokú hiperbola függvény szerint változnak. A csődiagramokat ezért a fajlagos reciprok sugár függvényében szokás ábrázolni:

$$\rho = \left( \frac{r}{r_b} \right)^2 ,$$

ahol:

$r$  : a cső sugara (változó),

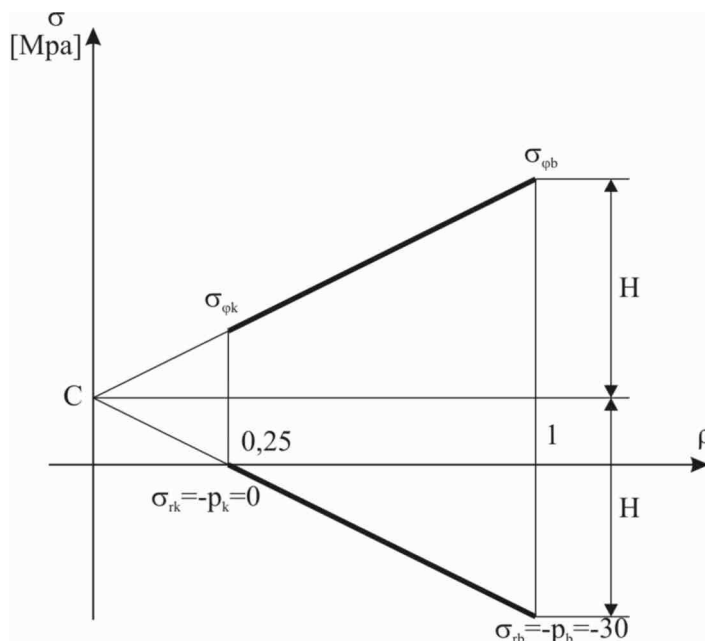
$r_b$  : a cső belső sugara.

Esetünkben a külső és belső falnál:

$$\rho_k = \left( \frac{r_k}{r_b} \right)^2 = \left( \frac{60}{30} \right)^2 = 0,25 ,$$

$$\rho_b = \left( \frac{r_b}{r_b} \right)^2 = 1 .$$

Ezeket felhasználva a csődiagram felrajzolható (6.2. ábra):



6.2. ábra: Csődiagram

A sugárirányú feszültség a külső és belső falon megegyezik a külső és belső nyomással. A  $\rho_b = 1$  helyen  $\sigma_{rb} = -30 \text{ MPa}$ , és  $\rho_k = 0,25$  helyen  $\sigma_{rk} = 0 \text{ MPa}$  pontokat összekötve megkapjuk a sugárirányú feszültség eloszlását.  $\rho = 0$  helyen ez az egyenes metszi ki  $C$  értékét. A következő arányosságot írhatjuk fel ennek az egyenesnek a két szakasza által meghatározott háromszögekre:

$$\frac{\rho_k}{C} = \frac{\rho_b - \rho_k}{\sigma_{rb}}$$

Ebből:

$$C = \sigma_{rb} \frac{\rho_k}{\rho_b - \rho_k} = 30 \text{ MPa} \cdot \frac{0,25}{1 - 0,25} = 10 \text{ MPa} \text{ és}$$

$$H = C + \sigma_{rb} = 40 \text{ MPa} .$$

A sugárirányú és érintőirányú feszültségek  $\rho$  függvényében:

$$\sigma_r = C - H\rho = 10 - 40\rho \text{ és}$$

$$\sigma_\varphi = C + H\rho = 10 + 40\rho .$$

Az ismeretlen érintőirányú feszültségek:

$$\sigma_{\varphi b} = C + H\rho_b = 10 + 40 \cdot 1 = 50 \text{ MPa} ,$$

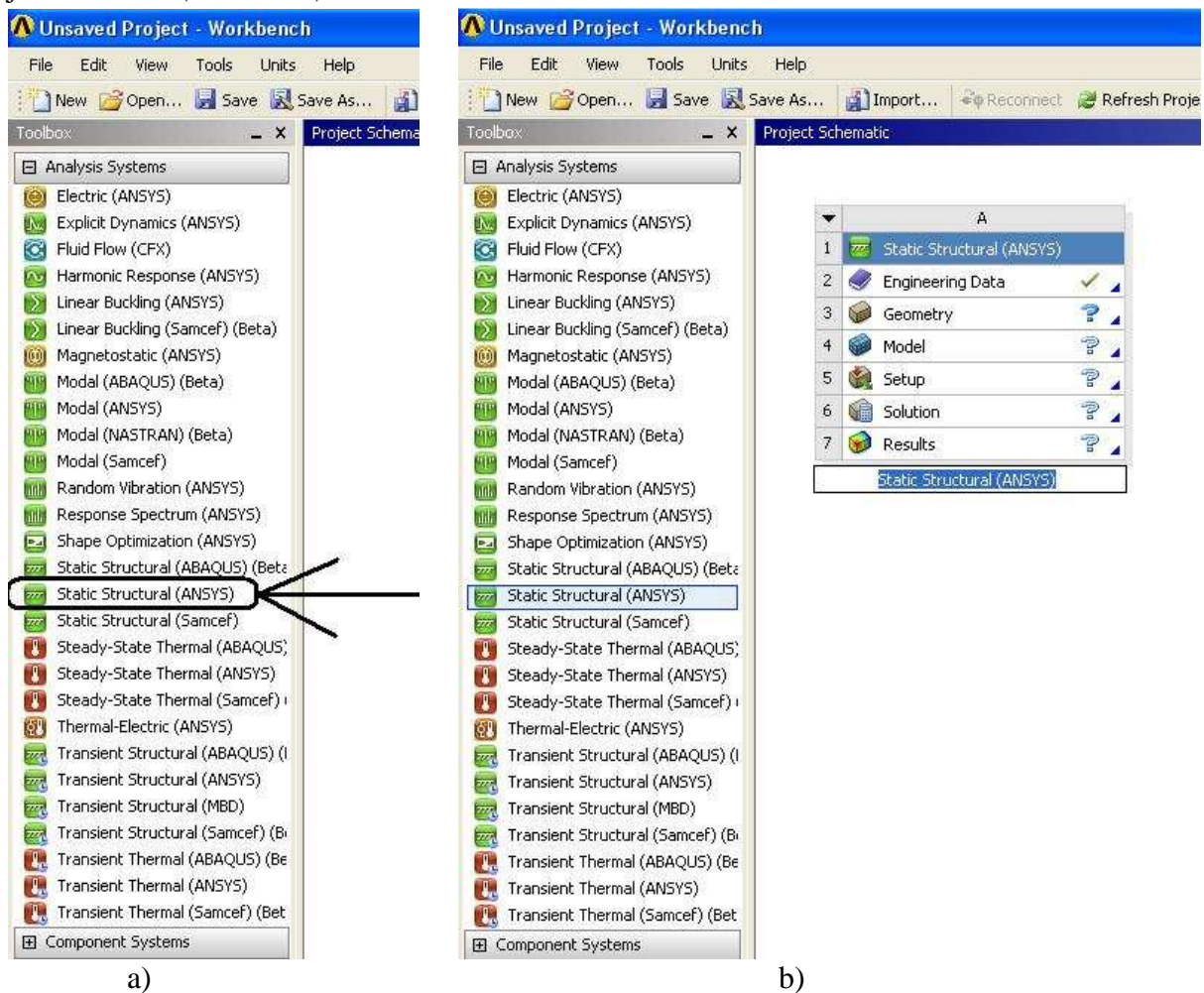
$$\sigma_{\varphi k} = C + H\rho_k = 10 + 40 \cdot 0,25 = 20 \text{ MPa} .$$

A tengelyirányú feszültségek attól függően, hogy nyitott vagy zárt a cső, állandó  $C$  vagy 0 értéket vesznek fel.

### 6.3. Megoldás ANSYS Workbench 12.1 programmal

A konkrét probléma megoldásához a program elindítása után a projekt ablakban ki kell választani a probléma típusát. Esetünkben szilárdsági vizsgálatot akarunk végezni statikus körülmények közt. Ezért a *Static structural* sort választjuk ki (6.3.a ábra). A kiválasztás

vagy az egér bal gombjával dupla kattintással vagy a bal gombot nyomva tartva a fehér mezőbe húzással történhet. A kiválasztás után megjelenik a kívánt analízis ablaka a projektablakban (6.3.b ábra).



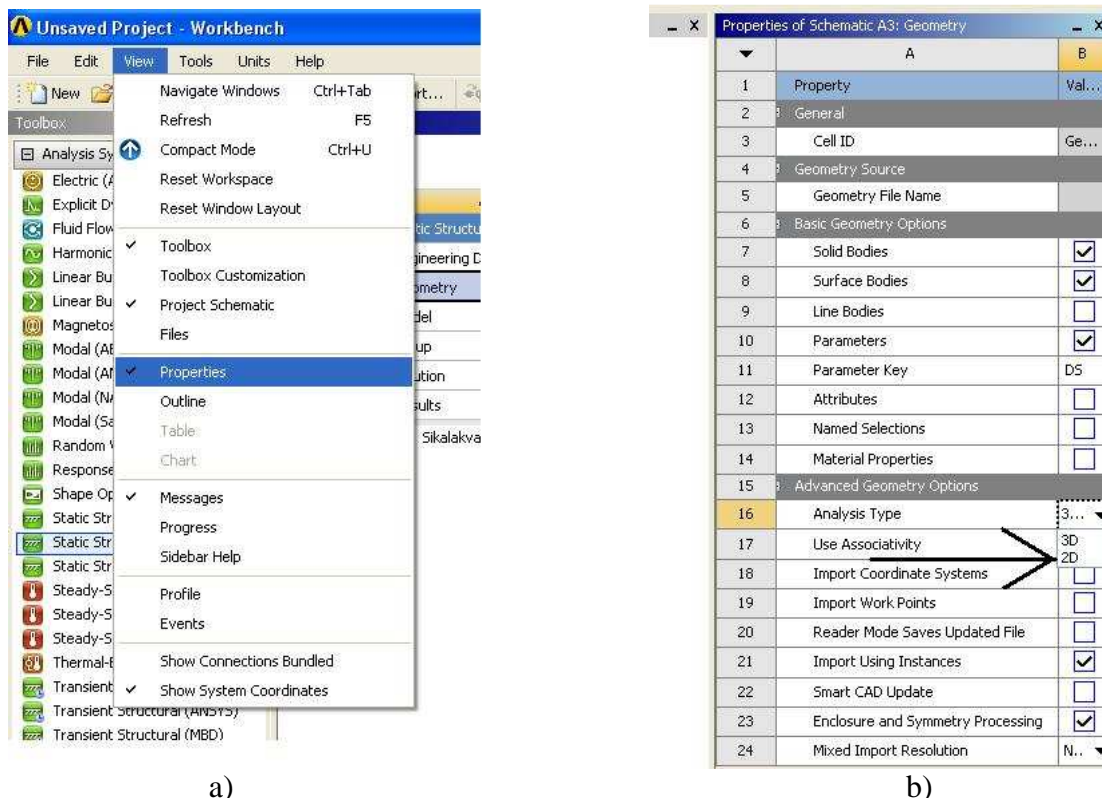
6.3. ábra: Projekt ablak

Az ablak megjelenése után beírhatjuk a feladat nevét. Az ablak hat sorból áll, ebből az *Engineering Data* megnyitásával az anyagjellemzőket tudjuk beállítani. Ennél a programnál nem kötelező az anyagjellemzők beállítása, de tudnunk kell, hogy ebben az esetben az alapértelmezett szerkezeti acél lineárisan rugalmas anyagmodelljével dolgozunk. A *Geometry* sorra duplát kattintva a geometriai modult indítja el a program, ahol a vizsgálat szerkezet geometriáját rajzolhatjuk, importálhatjuk, módosíthatjuk. A *Model* sorra duplát kattintva magát a végeelem-modellező modult nyitjuk meg, aminek részeként a *Setup*, *Solution* és *Result* sorok is aktívak lesznek. A projekt ablakban mindig látható az egyes részek állapota, mert a kész modulok zöld pipát kapnak, a hiányzóak kérdőjelet, a hibásak piros körben felkiáltójelet, a kész, de még le nem futtatott modulok sárga villám ikonnal vannak megjelölve.

### 6.3.1. Geometria modellezése

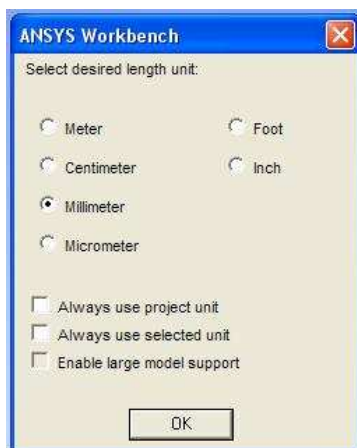
Egy síkalakváltozásos feladatot 2D modellezéssel oldunk meg. Ezt a geometria megrajzolása előtt és után is beállíthatjuk a projektablakban. A *Geometry* sorra kattintva a képernyő bal oldalán látjuk a *Property* ablakot, ennek 16. sorában átállítjuk az alapértelmezett 3D

értéket 2D-re (6.4.b ábra). Ha a *Properties of Schematic* ablak nem látszik, akkor a felső menüsor *View/Properties* sorára kattintva előjön (6.4.a ábra).



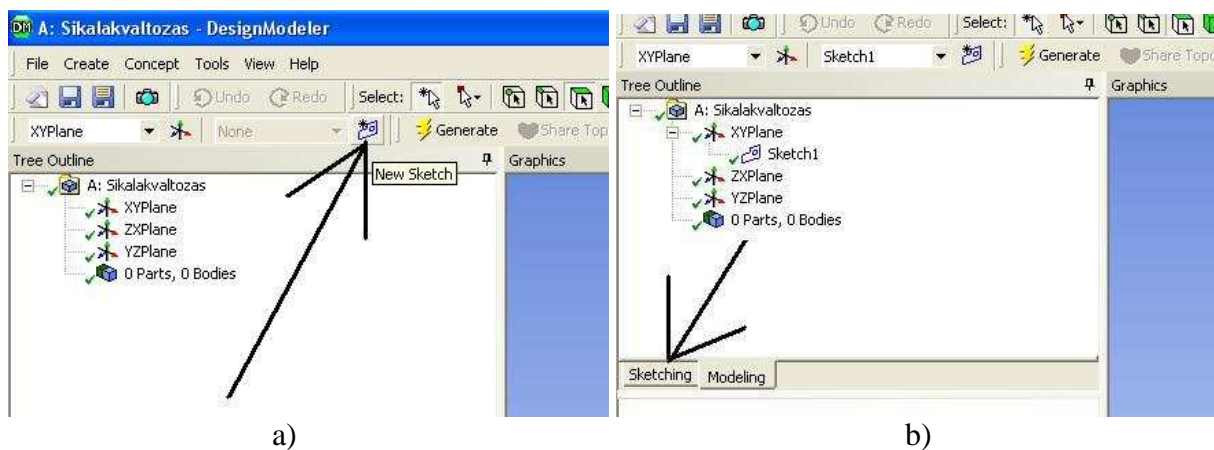
6.4. ábra: Feladat dimenziójának beállítása

A dimenzió beállítása után a *Static Structural* ablak *Geometry* sorára duplakattintással elindítjuk a rajzoló modult (*Design Modeler*). Elsőként a rajz mértékegységét kell beállítani (6.5. ábra).



6.5. ábra: A mértékegység kiválasztása

A *Design Modeler* a 3D szoftverekhez hasonlóan vázlatokból, azok manipulálásával építhetőek fel a modellek. A vázlat rajzolása előtt ki kell választani, hogy melyik síkba akarunk dolgozni. Alapértelmezett, ha nem választunk ki másikat az *xy* sík. A 2D feladatokat kötelező ebben a síkban megrajzolni, mert a program csak ezt a síkot értelmezi 2D síkként. A vázlat megrajzolásához a *New sketch* ikonra kattintunk (6.6.a ábra) ekkor a bal oldali ablakban megjelenik az adott sík ágaként a *Sketch1*, majd a *Sketching* fülre kattintunk (6.6.b ábra).



a)

b)

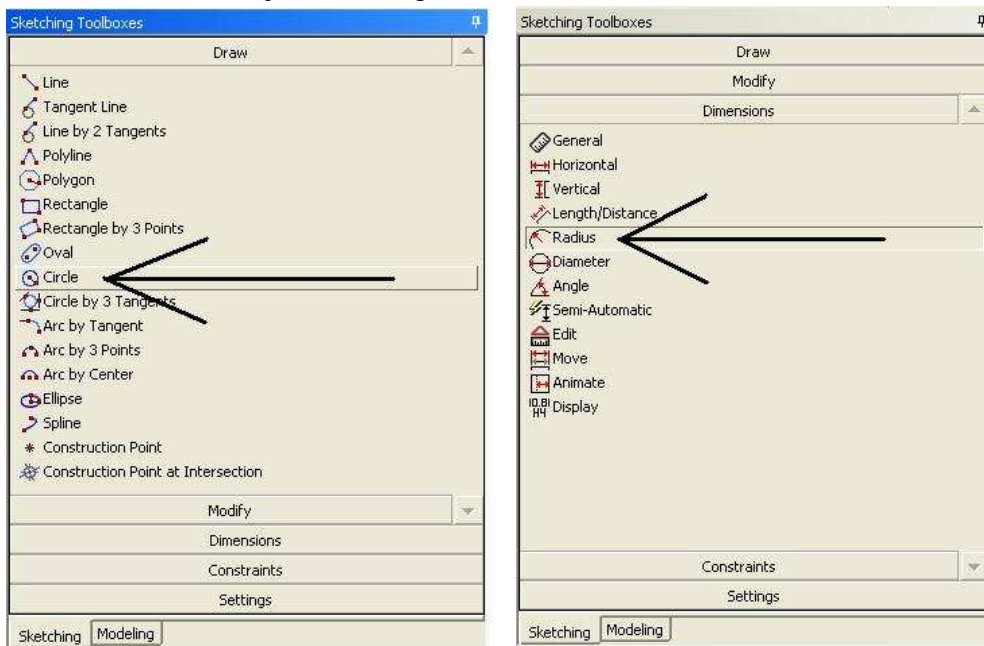
6.6. ábra: Új vázlat készítése

A vázlat könnyebb átláthatóságához az alap axonometrikus nézetről a rajz síkjára merőleges nézetre váltunk a 6.7. ábrán látható ikonra kattintva.



6.7. ábra: Nézet beállítása a vázlat síkjára merőlegesen

A *Draw* ablakban kiválasztjuk a *Circle* parancsot (6.8.a ábra), rajzolunk két koncentrikus kört, majd a *Dimensions/Radius* paranccsal (6.8.b ábra) kijelöljük a két kört és a bal alsó *Details View* ablakban beállítjuk a két sugár értékét 30mm és 60mm-re.



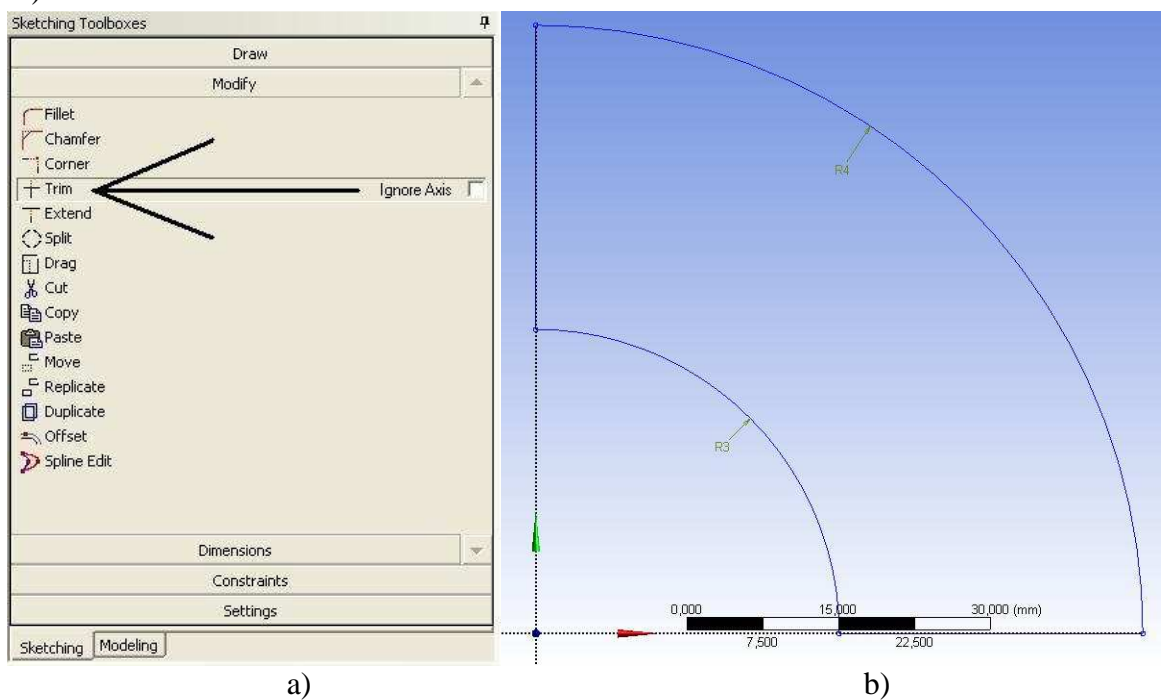
a)

b)

6.8. ábra: Vázlatrajz menü

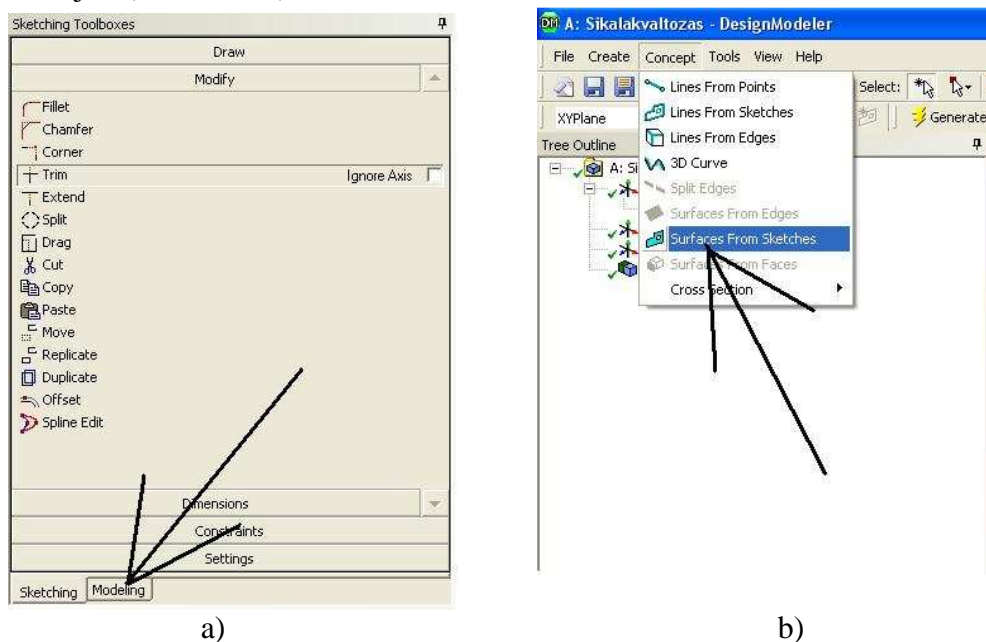


Ha a feladatot nem a teljes, hanem negyed körként akarjuk megoldani, a szimmetriát kihasználva, akkor a *Draw/Line* paranccsal (6.8.a ábra) a negyed köröknél rajzolunk két vonalat, majd a kontúrból kilógó vonaldarabokat a *Modify/Trim* paranccsal vágjuk le (6.9.a ábra).



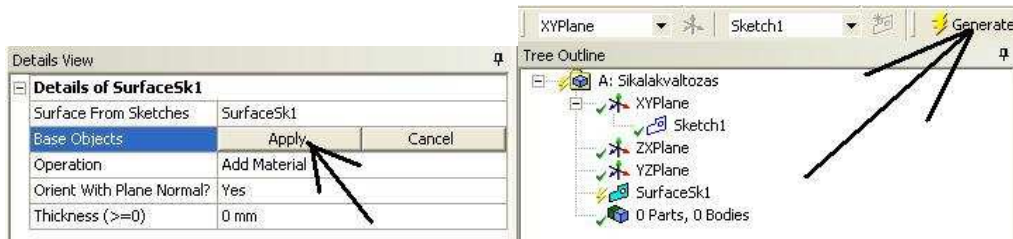
a) b)  
6.9. ábra: Vázlatrajz menü és a kész vázlat

Az elkészült vázlatból (6.9.b ábra) felületet kell készítenünk. Ehhez a *Modeling* fülre kattintva (6.10.a ábra) kilépünk a vázlatrajzolásból, majd a *Concept/Surfaces from sketches* parancsot kiadjuk (6.10.b ábra).



a) b)  
6.10. ábra: Kilépés a vázlatból és felület készítése

A parancs kiadásakor megjelenik egy *Details of SurfaceSk1* ablak a bal alsó sarokban (6.11. ábra).



6.11. ábra: Felületkészítés beállításai

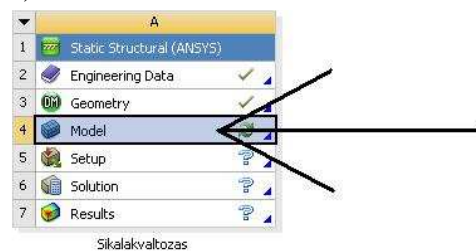
Az ablakban látjuk a létrehozni kívánt felület nevét (automatikusan állítja be a program). A második sorban kell kiválasztani azt a vázlatot, amelyikből a felületet készítjük. A kiválasztás történhet a rajzablakban a vázlat valamelyik vonalára kattintva vagy a fa struktúra megfelelő ágára kattintva. Esetünkben, mivel csak egy vázlat van, így automatikusan ki van választva, de mindhárom esetben a *Base Objects* sorban az *Apply* gombbal fogadjuk el a kiválasztást (6.11.a ábra). A többi sor esetünkben marad alapbeállításon és kiadjuk a *Generate* parancsot (6.11.b ábra), ezzel a felületünk elkészült, ekkor megjelenik a fa struktúra utolsó ágán egy *Surface Body* (6.12. ábra). Visszatérünk a projekt menübe.



6.12. ábra: Elkészült felület a fa struktúrában

### 6.3.2. Végelem szimuláció

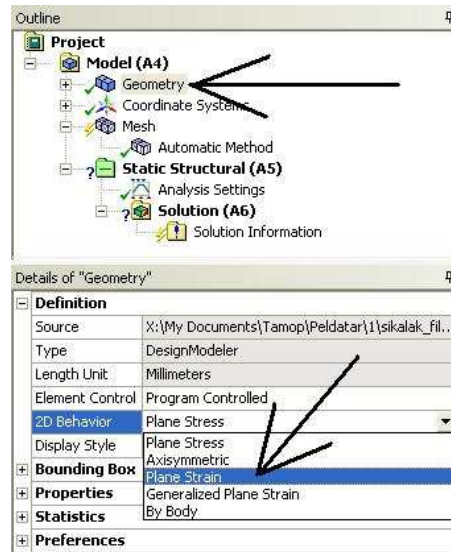
A projekt modulban az elindított *Static Structural* ablakban a *Model* sorra duplakattintással (6.13. ábra) elindul a szilárdságtani végelem modul (*Mechanical*). Előtte győződjünk meg, hogy a *Geometry* menüre kattintva a *Properties of Schematic* ablakban 2D-re állítottuk a modellezést (6.4.b ábra).



6.13. ábra: A végelem-szimuláció elindítása

A modul elindítása után be kell állítani a 2D feladat típusát. A fa struktúrában a *Geometry* ágra kattintva megnyílik a *Details of Geometry* ablak, ahol a *2D Behavior* sorban legördítve láthatóak a 2D modellezési esetek (6.14. ábra). Kiválasztjuk a modellünkhöz szükséges *Plane Strain*, síkalakváltozást. Ebben az esetben és a tengelyszimmetrikus modell esetében nem kell egyéb paramétert beállítani, sík feszültségi esetben még a lemezvastagságot paraméterként meg kell adni az egyes felületek esetében.



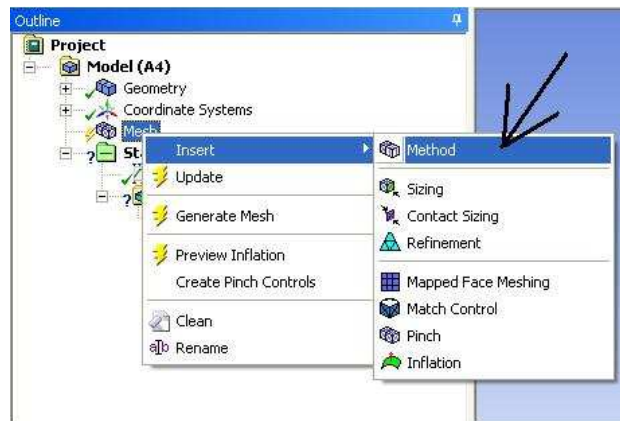


6.14. ábra: A 2D modellezési eset kiválasztása

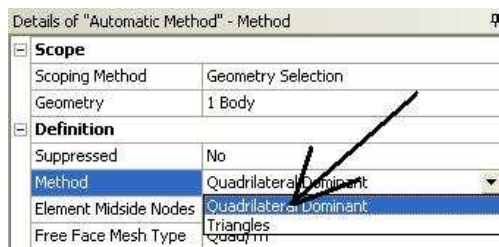
### 6.3.3. Hálózás

A modellezés első lépéseként az elemekre bontást, a hálózást kell elvégezni. Abban az esetben, ha nem állítjuk be a hálózás paramétereit, a program az alapbeállításokkal fogja a hálót elkészíteni, ami ritkán eredményez optimális hálót.

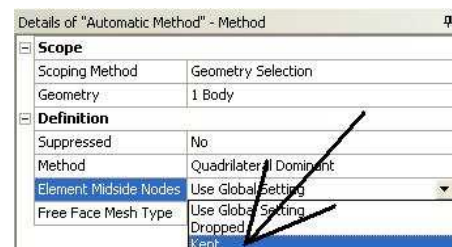
A háló paramétereit beállítási lehetőségeit a *Mesh* ágra jobb egérgombbal kattintva a felugró ablak *Insert* sorában találjuk. Elsőként az elemtípust választjuk ki a *Method* paranccsal (6.15.a ábra).



a)



b)

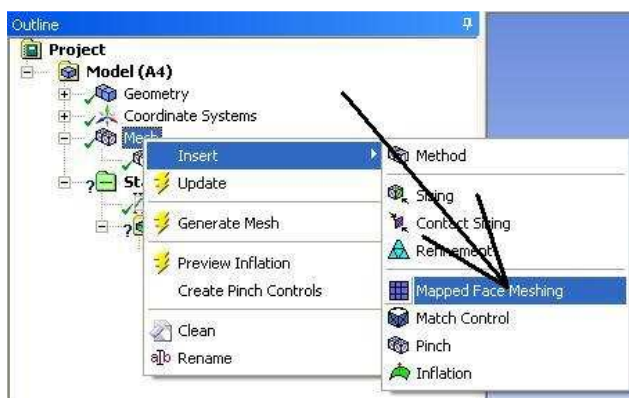


c)

6.15. ábra: A hálózás beállításai

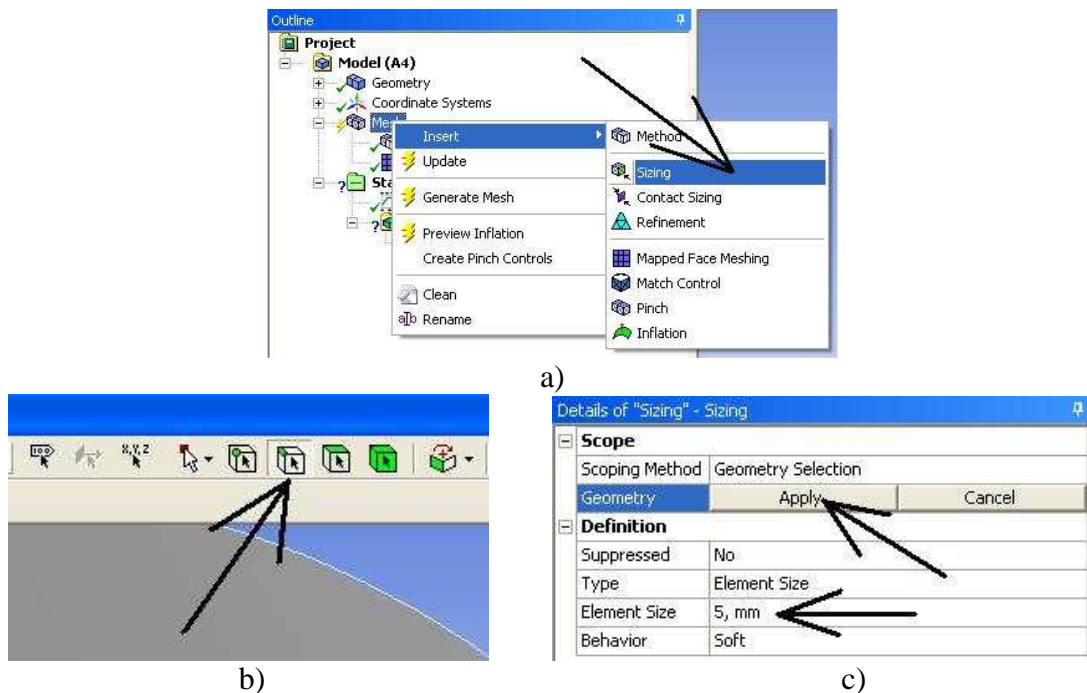
A parancs kiadásához kijelöljük azt a testet (ha nem egy test felületéről, hanem egy test felületmodelljéről van szó, a Workbench azt is testként kezeli *Surface Body*), majd a *Method* parancsra kattintunk (6.15.a ábra). Ekkor a bal alsó sarokban megjelenik a *Details* ablak, ahol a beállításokat elvégezhetjük.

A korábbi végelem-programoktól eltérően itt nem egy elem nevét kell kiválasztani, hanem a háló paramétereit beállítva a program az ennek megfelelő elemtípust alkalmazza. A *Method* sorban (6.15.b ábra) a háromszög és négyszög elemek közül választhatunk. Esetünkben a négyszög elemek a megfelelőek. A közelítő függvények fokszámát (az elem csomópontjainak számát) az *Element Midside Nodes* sorban (6.15.c ábra) állítjuk be. Esetünkben a másodfokú közelítés szükséges, mert nem egyenesekkel határolt síkidomot hálózunk. A nyolccsomópontos négyszög elemet az élközépen lévő csomópont megtartásával *Kept* választjuk ki.



6.16. ábra: A végelem-szimuláció elindítása

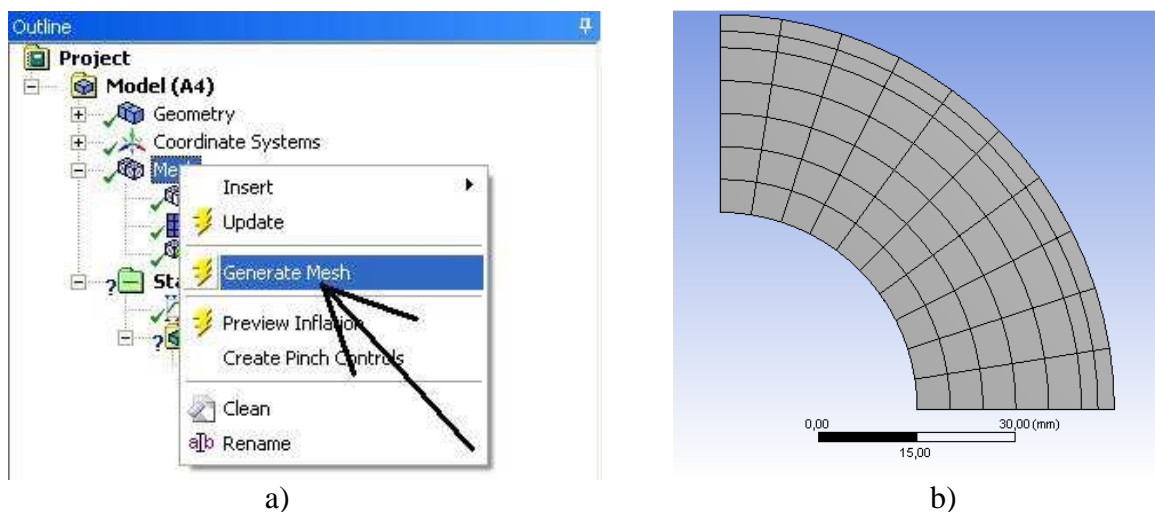
A vastag falú cső esetében tudjuk, hogy a sugár mentén változik a feszültség, adott sugáron nem. Ennek megfelelően a hálót is ilyen mintázattal készítjük el a numerikus hibák csökkentése érdekében. A *Mapped Face Meshing* parancs kiadásával (6.16. ábra) strukturált háló létrehozására adunk utasítást. A parancs kiadása után ki kell jelölni az adott felületet és a *Details/Apply* parancssal elfogadni. Ha a geometria alkalmatlan ilyen típusú háló elkészítésére, mert összetettebb, akkor a fa struktúrában ezen parancs ága mellett kék körrel jelzi.



6.17. ábra: Elemméret beállítása

A hálózáskor a program a testek méretéhez arányos hálóméretet állít be, de ezt módosíthatjuk az igényeinknek megfelelően. Ha általános hálóméretet akarunk megadni, azt a *Details of Mesh/Sizing* ablakban tudjuk beállítani. Ha az egyes élek, felületek mentén külön elemméretet akarunk beállítani, akkor az *Insert/Sizing* parancsot kell kiadni (6.17.a ábra). A parancs kiadása után kiválasztjuk, hogy milyen geometria mentén kívánjuk definiálni a méretet. Esetünkben a negyedkör belső ívén és a két sugár menti élen. Ehhez a kijelölést éltre kell állítani, amit a felső ikonsorban (6.17.b ábra) találunk. A *Details of Sizing* ablakban a kijelölt éleket az *Apply* paranccsal elfogadjuk és az *Element Size* sorba beírjuk a kívánt elemméretet, esetünkben 5mm-t. A külső élen ilyenkor ne adjunk meg méretet, mert a strukturált hálóból adódni fog.

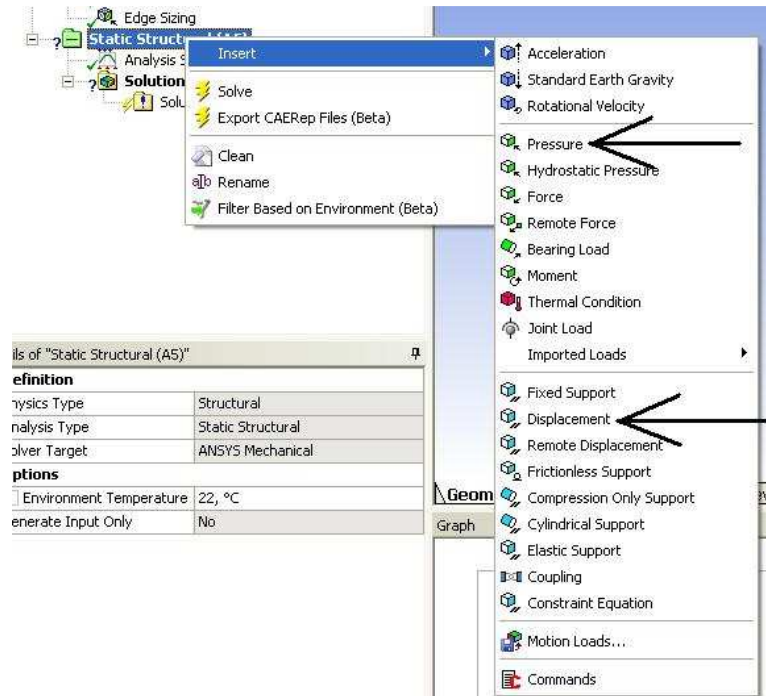
Az előző beállítások után a *Generate Mesh* (6.18.a ábra) parancs kiadásával elkészítjük a hálót (6.18.b ábra).



6.18. ábra: A hálózás parancs kiadása és a kész háló

### 6.3.4. Peremfeltételek beállítása

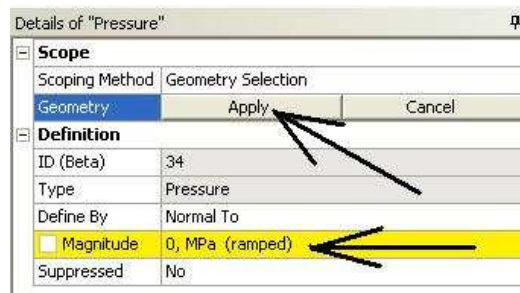
A peremfeltételeket a *Static Structural* ágra jobb egérgombbal kattintva az *Insert* sorban találjuk (6.19. ábra).



6.19 ábra: Peremfeltételek

Esetünkben két típusú peremfeltételt kell beállítanunk. A belső nyomást és a szimmetria feltételeket.

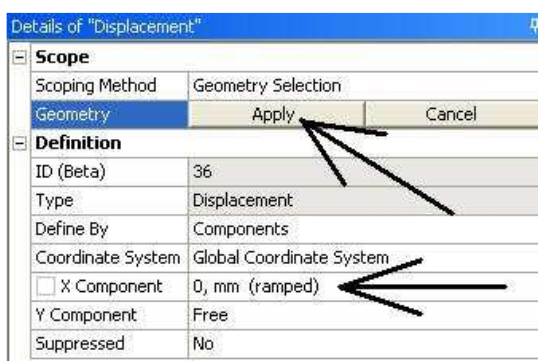
A *Pressure* parancs esetünkben akkor is alkalmazható, ha a modellen nem nyomást, hanem vonal menti terhelést kell alkalmaznunk. A modell és a modellezési paraméterek korábbi definiálása után a program a nyomásként megadott értéket automatikusan átszámítja.



6.20 ábra: Nyomás definiálása

A *Pressure* parancs kiadása után ki kell jelölni a belső körívet, majd az *Apply* paranccsal elfogadni (6.20. ábra). A *Magnitude* sorba beírjuk a 30MPa értéket.

A szimmetria feltételeket a két sugárirányú élre tett elmozduláskényszerrel adjuk meg. Kiadjuk a *Displacement* parancsot (6.19. ábra) és kijelöljük a függőleges élt.



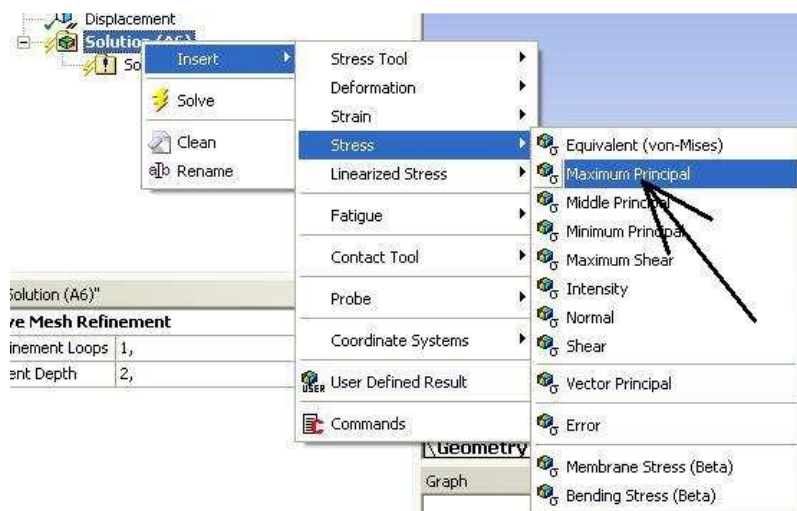
6.21 ábra: Függőleges szimmetria definiálása

A kijelölést a *Details of Displacement* ablakban az *Apply* paranccsal elfogadjuk és az *x* irányú elmozdulás értékét zérusra állítjuk (6.21. ábra), az *y* irányú elmozdulást szabadon hagyjuk.

Ezt a műveletet elvégezzük a vízszintes élen is, de ott a függőleges elmozdulást fogjuk meg.

### 6.3.5. Eredmények

A peremfeltételek beállítása után a szimulációt a *Solve* paranccsal lefuttathatjuk. Az eredményeket ezután is bekérhetjük, de ha előtte kijelöljük, hogy mely eredményeket akarjuk megkapni, akkor a megoldás után automatikusan beolvassa a kívánt értékeket.

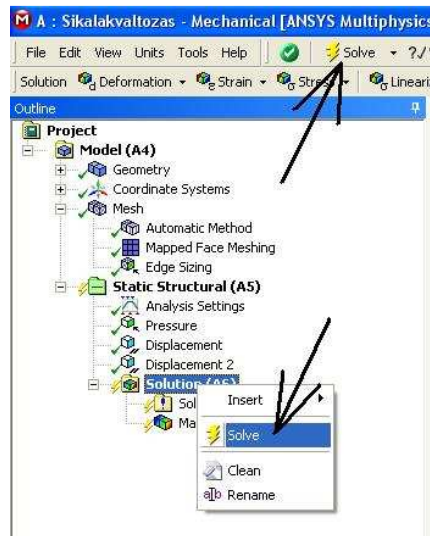


6.22 ábra: Kért eredmények kiíratása

Esetünkben az érintőirányú feszültségeket akarjuk kiszámítani. Nyomással terhelt vastag falú csövek esetében tudjuk, hogy a főfeszültségek sugár, érintő és tengelyirányúak és az érintőirányú a legnagyobb. Ezért a *Solution* ágra jobb egérgombbal kattintva az *Insert/Stress/Maximum Principal* sort választjuk ki (6.22. ábra).

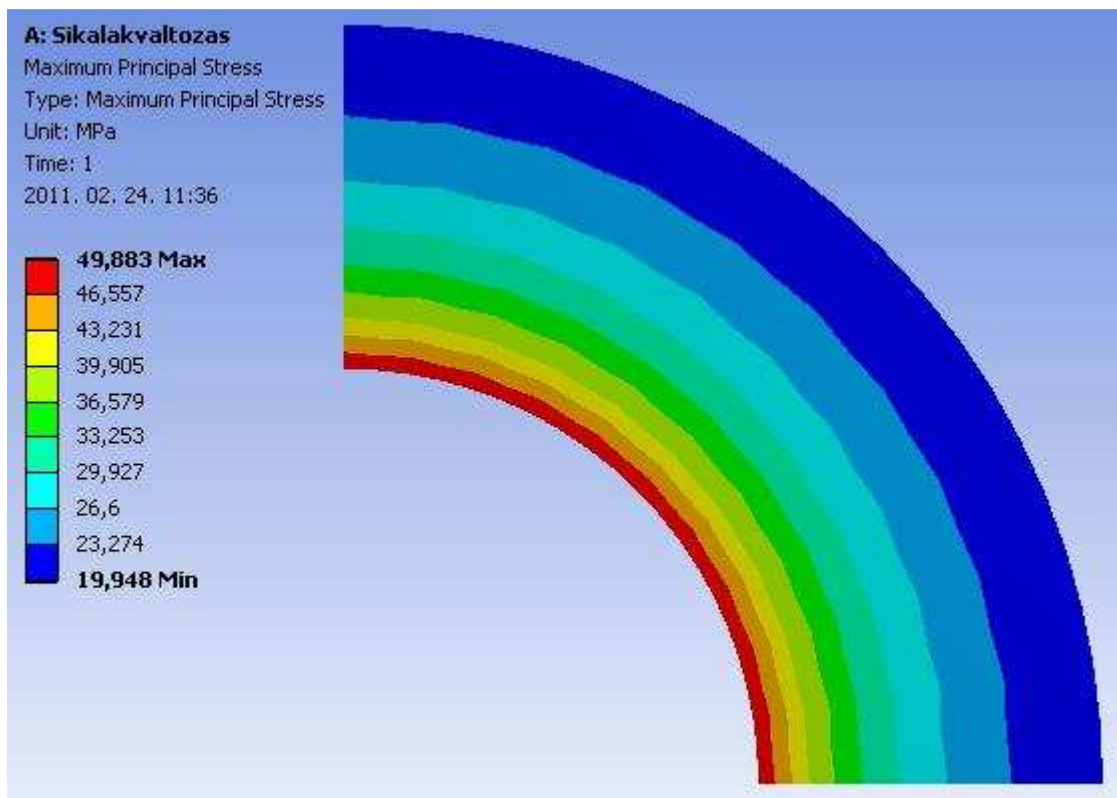
A feladat megoldását vagy a felső menüsor *Solve* parancsával, vagy a *Solution* ágra jobb egérgombbal kattintva a *Solve* paranccsal (6.23. ábra) indítjuk.





6.23 ábra: Számítás elindítása

A szimuláció lefuttatása után a *Solution/Maximum Principal Stress* ágra kattintva a kérdéses feszültségeket megjelenítjük (6.24. ábra).



6.24 ábra: Számított feszültségek