MIKROÖKONÓMIA II.

Készült a TÁMOP-4.1.2-08/2/a/KMR-2009-0041 pályázati projekt keretében
Tartalomfejlesztés az ELTE TáTK Közgazdaságtudományi Tanszékén
az ELTE Közgazdaságtudományi Tanszék
az MTA Közgazdaságtudományi Intézet
és a Balassi Kiadó
közreműködésével

Készítette: Kőhegyi Gergely

Szakmai felelős: Kőhegyi Gergely

2011. február

ELTE TáTK Közgazdaságtudományi Tanszék

MIKROÖKONÓMIA II.

3. hét

Általános egyensúlyelmélet 2. rész

Kőhegyi Gergely

A tananyagot készítette: Kőhegyi Gergely
Jack Hirshleifer, Amihai Glazer és David Hirshleifer (2009) *Mikroökonómia.* Budapest, Osiris Kiadó, ELTECON-könyvek (a továbbiakban: HGH), illetve Kertesi Gábor (szerk.) (2004) *Mikroökonómia előadásvázlatok.* http://econ.core.hu/~kertesi/kertesimikro/ (a továbbiakban: KG) felhasználásával.

Egyensúly termelés mellett

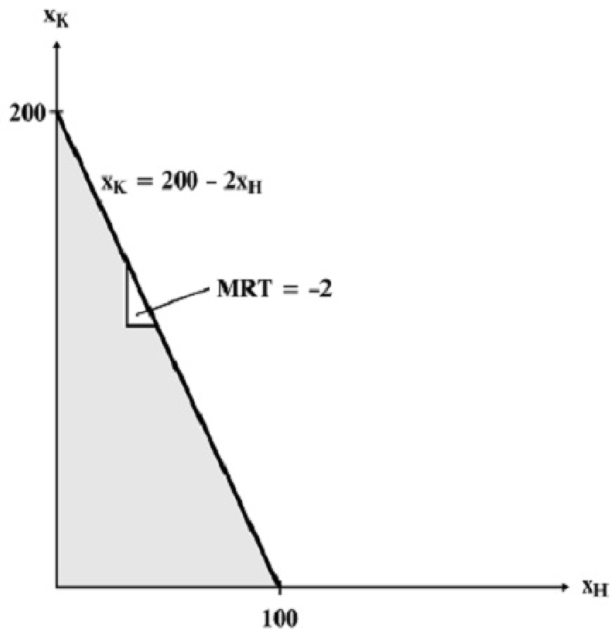
Egy szereplő, két termék, egy termelési tényező

Első példa

Robinson halat és kókuszdiót fogyaszt, amelyeket munkával állít elő.

- x_K: Robinson kókuszdió fogyasztása
- x_H: Robinson halfogyasztása
- h: termelési tényező (munkaóra): felt.: $\bar{h} = 10$
- Termelési függvények (állandó mérethozadék):
  - $x_H = 10h_H$
  - $x_K = 20h_K$
- Erőforráskorlát: $h_H + h_K = 10$

$$\frac{x_H}{10} + \frac{x_K}{20} = 10$$
$$x_K = 200 - 2x_H$$



Termelési lehetőségek halmaza:

$$x_K + 2x_H \leq 200$$

$$x_K, x_H \geq 0$$

Termelési lehetőségek határa:

$$x_K + 2x_H = 200$$

Transzformációs határarány:

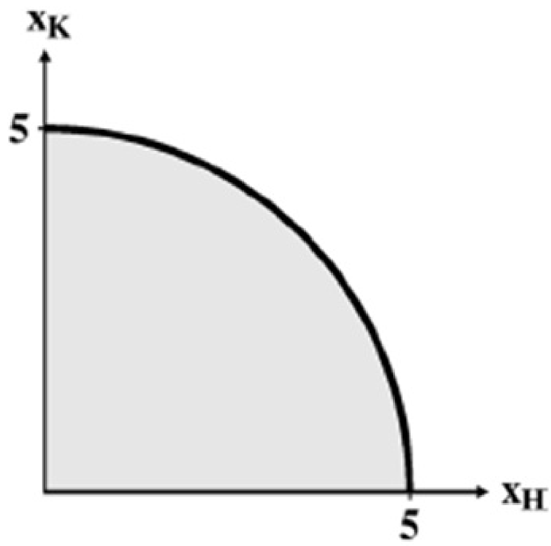
$$MRT = \frac{dx_k}{dx_H} = -2$$

Második példa

Robinson halat és kókuszdiót fogyaszt, amelyeket munkával állít elő.

- x_K: Robinson kókuszdió fogyasztása
- x_H: Robinson halfogyasztása
- h: termelési tényező (munkaóra): felt.: $\bar{h} = 25$
- Termelési függvények (csökkenő mérethozadék):
  - $x_H = \sqrt{h_H}$
  - $x_K = \sqrt{h_K}$
- Erőforráskorlát: $h_H + h_K = 25$

$$x_H^2 + x_K^2 = 25$$



Termelési lehetőségek halmaza:

$$x_K^2 + x_H^2 \leq 25$$

$$x_K, x_H \geq 0$$

Termelési lehetőségek határa (TL-görbe):

$$x_K^2 + x_H^2 = 25$$

Transzformációs görbe (implicit függvény formában a TL-görbe):

$$T(x_H, x_K) = 0$$

$$T(x_H, x_K) = x_K^2 + x_H^2 - 25$$

Transzformációs határarány meghatározása a transzformációs görbéből

$$T(x_H, x_K) = 0$$

- Teljes differenciál:

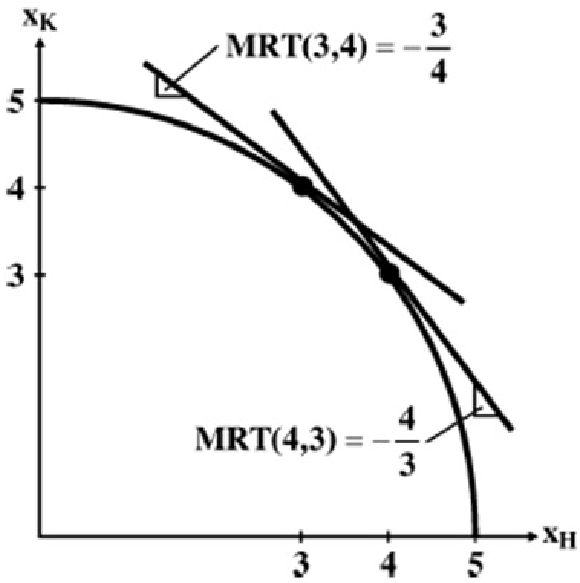
$$dT(x_H, x_K) = \frac{\partial T}{\partial x_H} dx_H + \frac{\partial T}{\partial x_K} dx_K$$

- A görbe mentén $dT(x_H, x_K) = 0$

$$MRT = \frac{dx_K}{dx_H} = -\frac{\partial T / \partial x_H}{\partial T / \partial x_K}$$

- Pl.:

$$MRT = -\frac{2x_H}{2x_K} = -\frac{x_H}{x_K}$$



Transzformációs határarány és a határtermékek kapcsolata

$$x_H = f_H(h_H) \quad x_K = f_K(h_K)$$

$$h_H = f_H^{-1}(x_H) \quad h_K = f_K^{-1}(x_K) \quad h_H + h_K = \bar{h}$$

$$T(x_H, x_K) = f_H^{-1}(x_H) + f_K^{-1}(x_K) - \bar{h}$$

$$MRT = -\frac{\partial T/\partial x_H}{\partial T/\partial x_K} = -\frac{df_H^{-1}/dx_H}{df_K^{-1}/dx_K}$$

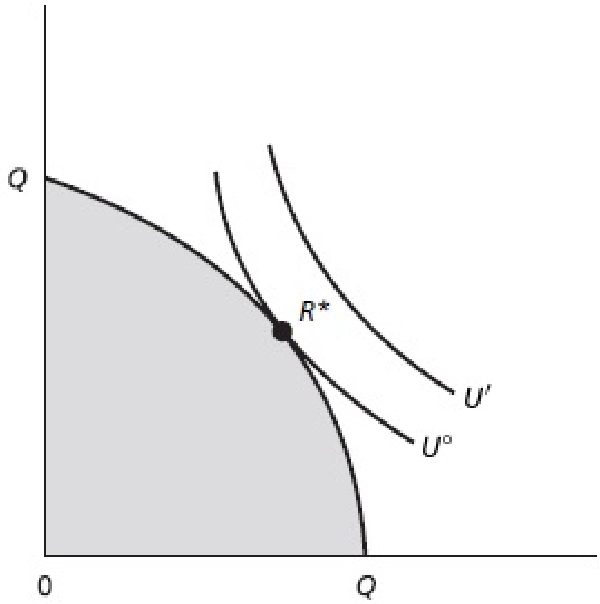
Mivel $\frac{dh}{dx} = \frac{1}{dh/dx}$ (matematikailag korrekt módon is igazolható), ezért $\frac{df^{-1}}{dx} = \frac{1}{mp}$. Emiatt

$$MRT = -\frac{1/mp_H}{1/mp_K} = -\frac{mp_K}{mp_H}$$

A társadalmi tervező feladata

- célfüggvény: $U(x_1, x_2) \rightarrow \max_{x_1, x_2}$
- korlát: $T(x_1, x_2) = 0$
- Lagrange-függvény: $L = U(x_1, x_2) - \lambda T(x_1, x_2)$
  - $\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial U}{\partial x_1} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x_1} = 0$
  - $\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial U}{\partial x_2} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0$

$$MRS = MRT$$



Decentralizált döntések

- Robinson mint termelő vállalat (két terméket termel, egy termelési tényezővel):
  - A termelés fix költsége: F, a termelési tényező (munka) ára
  - célfüggvény: $\Pi = p_1 y_1 + p_2 y_2 - F \rightarrow \max_{y_1, y_2}$
  - korlátozó feltétel: $T(y_1, y_2) = 0$
  - Lagrange-függvény: $L = p_1 y_1 + p_2 y_2 - F - \lambda T(y_1, y_2)$
  - Elsőrendű feltételek:
    * $\frac{\partial L}{\partial y_1} = p_1 - \lambda \frac{\partial T}{\partial y_1} = 0$
    * $\frac{\partial L}{\partial y_2} = p_2 - \lambda \frac{\partial T}{\partial y_2} = 0$

$$MRT = -\frac{p_1}{p_2}$$

- Robinson mint fogyasztó (jövedelme: munkajövedelem (F)+tőkejövedelem (Π)):
  - célfüggvény: $U(x_1, x_2) \rightarrow \max_{x_1, x_2}$
  - korlátozó feltétel: $p_1 x_1 + p_2 x_2 = F + \Pi$
  - Lagrange-függvény: $L = U(x_1, x_2) - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - F - \Pi)$
  - Elsőrendű feltételek:
    * $\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial U}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$
    * $\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial U}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$

$$MRS = -\frac{p_1}{p_2}$$

$$MRS = MRT$$

Egyensúlyi feltételek:

$$y_1(p_1, p_2) = x_1(p_1, p_2); y_2(p_1, p_2) = x_2(p_1, p_2)$$

Két szereplő, két termék, egy termelési tényező

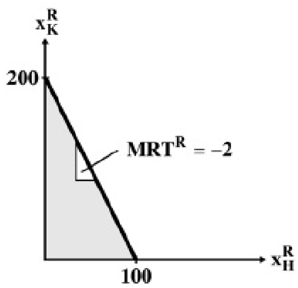
Jelölések

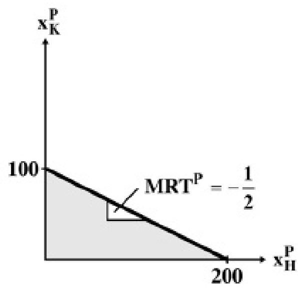
- x_K^R: Robinson kókuszdió fogyasztása
- x_H^R: Robinson halfogyasztása
- h^R: termelési tényező (felt.: $\bar{h}^R = 10$)
- Termelési függvények:
  - $x_H^R = 10h_H^R$
  - $x_K^R = 20h_K^R$
- Erőforráskorlát: $h_H^R + h_K^R = 10$
- Termelési lehetőségek halmaza:
  - $x_H^P + 2x_K^P \leq 200$
  - $x_H^P, x_K^P \geq 0$
- x_K^P: Péntek kókuszdió fogyasztása
- x_H^P: Péntek halfogyasztása
- h^P: termelési tényező (felt.: $\bar{h}^P = 10$)
- Termelési függvények:
  - $x_H^P = 20h_H^P$
  - $x_K^P = 10h_K^P$
- Erőforráskorlát: $h_H^P + h_K^P = 10$
- Termelési lehetőségek halmaza:
  - $2x_H^R + x_K^R \leq 200$
  - $x_H^R, x_K^R \geq 0$

Termelési lehetőségek határa

$$\frac{x_H^R}{10} + \frac{x_K^R}{20} = 10$$
$$x_K^R = 200 - 2x_H^R$$
$$MRT^R = -2$$

$$\frac{x_H^P}{20} + \frac{x_K^P}{10} = 10$$
$$x_K^P = 200 - 0,5x_H^P$$
$$MRT^P = -0,5$$

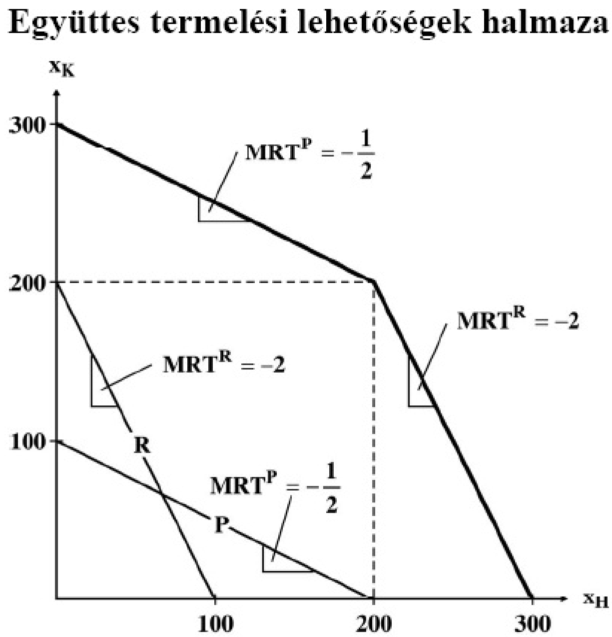




Robinsonnak komparatív előnye van kókusztermelésben, Pénteknek pedig haltermelésben.

A csere haszna

A csere haszna a munkamegosztás lehetőségéből fakad.



A társadalmi tervező feladata

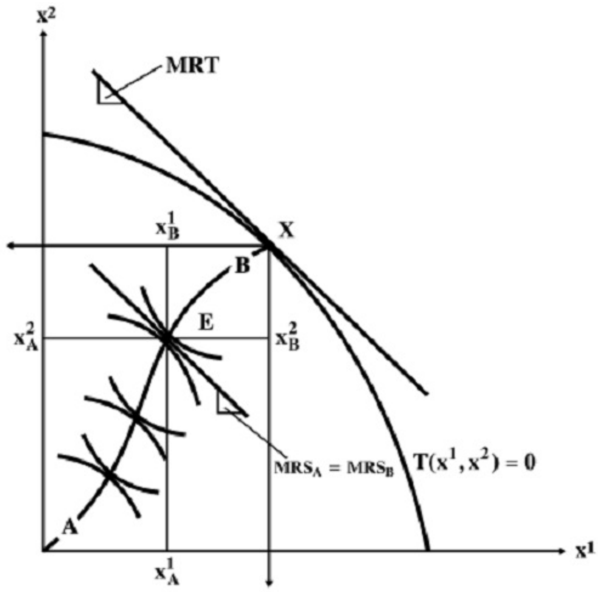
Pareto-hatékony allokációk keresése:

- célfüggvény: $U_A(x_1^A, x_2^A) \to \max_{x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B}$
- korlátozó feltételek:
  - $U_B(x_1^B, x_2^B) = \bar{U}_B$
  - $T(x_1, x_2) = 0$
  - $x_1 = x_1^A + x_1^B$
  - $x_2 = x_2^A + x_2^B$
- Lagrange-függvény:

$$L = U_A(x_1^A, x_2^A) - \lambda \left(U_B(x_1^B, x_2^B) - \bar{U}_B\right) -$$
$$-\mu T \left(x_1^A + x_1^B, x_2^A + x_2^B\right)$$

- Elsőrendű feltételek:
  - $\frac{\partial L}{\partial x_1^A} = \frac{\partial U_A}{\partial x_1^A} - \mu \frac{\partial T}{\partial x_1} = 0$
  - $\frac{\partial L}{\partial x_2^A} = \frac{\partial U_A}{\partial x_2^A} - \mu \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0$
  - $\frac{\partial L}{\partial x_1^B} = -\lambda \frac{\partial U_B}{\partial x_1^B} - \mu \frac{\partial T}{\partial x_1} = 0$
  - $\frac{\partial L}{\partial x_2^B} = -\lambda \frac{\partial U_B}{\partial x_2^B} - \mu \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0$

$$MRS_A = MRT$$
$$MRS_B = MRT$$
$$MRS_A = MRS_B = MRT$$



$x_A^1 + x_B^1 = x^1, \qquad x_A^2 + x_B^2 = x^2,$

Két fogyasztó, két termelő, két termék, egy termelési tényező

Decentralizált döntések

A két terméket két vállalat (1 és 2) termeli egy termelési tényező (munka) felhasználásával. A két fogyasztó (A és B) eldöntik, hogy a készleteiken túl mennyit fogyasztanak az egyes termékekből és mennyi munkát kínálnak a jövedelmük, a termékek ára és a termelési tényező ára függvényében. A fogyasztók jövedelme a vállalatoknál végzett munkából és a vállalatok részvényeseiként a vállalatok profitjából származik.

- Termékárak: p_1, p_2, termelési tényezőár: w.
- A vállalatok által termelt mennyiségek: y_1, y_2.
- A vállalatok által felhasznált termelési tényező mennyiségek: L_1, L_2
- A fogyasztók készletei: $\omega_1^A, \omega_2^A, \omega_1^B, \omega_2^B$
- A fogyasztók által fogyasztott mennyiségek: $x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B$
- A fogyasztók által kínált munka: h_A, h_B
- Az A fogyasztó részesedési aránya az 1-es vállalat profitjából: θ_{A1}
- a vállalatok teljes profitját felosztják a fogyasztók között: $\theta_{A1} + \theta_{B1} = 1, \theta_{A2} + \theta_{B2} = 1$

Versenyzői mechanizmus I. (vállalatok optimális döntése):

- célfüggvény:
$$\pi_1 = p_1 y_1 - wL_1 \rightarrow \max_{y_1, L_1}$$
- korlát: $y_1 = f_1(L_1)$
- Elsőrendű feltétel: $p_1 mp_{L_1} = w$
- Megoldás:
  - Munkakeresleti fv.: $L_1(p_1, w)$
  - Kínálati fv.: $y_1(p_1, w)$

- Profit fv.: $\pi_1(p_1, w)$

- célfüggvény:
$$\pi_2 = p_2 y_1 - wL_2 \to \max_{y_2, L_2}$$
- korlát: $y_2 = f_2(L_2)$
- Elsőrendű feltétel: $p_2 mp_{L_2} = w$
- Megoldás:
  - Munkakeresleti fv.: $L_2(p_2, w)$
  - Kínálati fv.: $y_2(p_2, w)$
  - Profit fv.: $\pi_2(p_2, w)$

Versenyzői mechanizmus II. (fogyasztók optimális döntése):
A fogyasztó

- célfüggvény: $U_A(x_1^A, x_2^A, h_A) \to \max_{x_1^A, x_2^A, h_A}$
- korlát: $p_1 x_1^A + p_2 x_2^A = p_1 \omega_1^A + p_2 \omega_2^A + wh_A + \theta_{A1}\pi_1 + \theta_{A2}\pi_2$
- Elsőrendű feltételek: $MRS_{12}^A = -\frac{p_1}{p_2}, MRS_{1h}^A = -\frac{p_1}{w}, (MRS_{2h}^A = -\frac{p_2}{w})$
- Megoldás:
  - Munkakínálati fv.: $h_A(p_1, p_2, w)$
  - Keresleti fv.: $x_1^A(p_1, p_2, w), x_2^A(p_1, p_2, w)$

Versenyzői mechanizmus II. (fogyasztók optimális döntése):
B fogyasztó

- célfüggvény: $U_B(x_1^B, x_2^B, h_B) \to \max_{x_1^B, x_2^B, h_B}$
- korlát: $p_1 x_1^B + p_2 x_2^B = p_1 \omega_1^B + p_2 \omega_2^B + wh_B + \theta_{B1}\pi_1 + \theta_{B2}\pi_2$
- Elsőrendű feltételek: $MRS_{12}^B = -\frac{p_1}{p_2}, MRS_{1h}^B = -\frac{p_1}{w}, (MRS_{2h}^B = -\frac{p_2}{w})$
- Megoldás:
  - Munkakínálati fv.: $h_B(p_1, p_2, w)$
  - Keresleti fv.: $x_1^B(p_1, p_2, w), x_2^B(p_1, p_2, w)$

Versenyzői mechanizmus III. (piaci egyensúlyi feltételek):

- Termékpiacok:
$$x_1^A(p_1, p_2, w) + x_1^B(p_1, p_2, w) = y_1(p_1, w) + \omega_1^A + \omega_1^B$$
$$x_2^A(p_1, p_2, w) + x_2^B(p_1, p_2, w) = y_2(p_2, w) + \omega_2^A + \omega_2^B$$
- Tényezőpiac (munkapiac):
$$L_1(p_1, w) + L_2(p_2, w) = h_A(p_1, p_2, w) + h_B(p_1, p_2, w)$$
- Ismeretlenek: p_1^*, p_2^*, w^*

1. Következmény
Az egyenletek és az ismeretlenek száma megegyezik.

1. Megjegyzés
Mivel a (termék- és tényező)keresleti és kínálat függvények nulladfokon homogének, azaz NINCS PÉNZILLÚZIÓ, az egyik termék, vagy tényező ármércének választható. Legyen pl. $w \doteq 1$. Így az egyenletrendszer túlhatározottnak tűnik (több az egyenlet, mint az ismeretlen).

1. Állítás
Walras-törvény (termeléssel bővített cseregazdaságban) : A piacokon keresett és kínált javak összértéke megegyezik, azaz az aggregált piaci túlkereslet azonosan (minden árrendszer mellett) zérus:

$$p_1 z_1(p_1, p_2, w) + p_2 z_2(p_1, p_2, w) + w z_h(p_1, p_2, w) \equiv 0,$$

ahol $z_1(p_1,p_2,w) = x_1^A(p_1,p_2,w) - \omega_1^A + x_1^B(p_1,p_2,w) - \omega_1^B - y_1(p_1,p_2,w)$, $z_2(p_1,p_2,w) = x_2^A(p_1,p_2,w) - \omega_2^A + x_2^B(p_1,p_2,w) - \omega_2^B - y_2(p_1,p_2,w)$ *és* $z_h(p_1,p_2,w) = L_1(p_1,p_2,w) + L_2(p_1,p_2,w) - h_A(p_1,p_2,w) - h_B(p_1,p_2,w)$.

1. Bizonyítás
Mivel az egyensúly optimális döntéseken alapul, a mennyiségek és árak biztos, hogy kielégítik a fogyasztók költségvetési korlátját. Adjuk össze a két fogyasztó költségvetési korlátját és rendezzük át:

$$p_1 x_1^A + p_2 x_2^A \equiv p_1 \omega_1^A + p_2 \omega_2^A + w h_A + \theta_{A1}\pi_1 + \theta_{A2}\pi_2$$
$$p_1 x_1^B + p_2 x_2^B \equiv p_1 \omega_1^B + p_2 \omega_2^B + w h_B + \theta_{B1}\pi_1 + \theta_{B2}\pi_2$$

$$p_1(x_1^A + x_1^B - \omega_1^A - \omega_1^B) + p_2(x_2^A + x_2^B - \omega_2^A - \omega_2^B) \equiv$$
$$\equiv w(h_A + h_B) + \pi_1(\theta_{A1} + \theta_{B1}) + \pi_2(\theta_{A2} + \theta_{B2})$$

Mivel a vállalatok profitját teljes egészében felosztják a fogyasztók között:

$$p_1(x_1^A + x_1^B - \omega_1^A - \omega_1^B) + p_2(x_2^A + x_2^B - \omega_2^A - \omega_2^B) \equiv w(h_A + h_B) + \pi_1 + \pi_2$$

A vállalatok profitjának definícióját felhasználva:

$$p_1(x_1^A + x_1^B - \omega_1^A - \omega_1^B) + p_2(x_2^A + x_2^B - \omega_2^A - \omega_2^B) \equiv$$
$$\equiv w(h_A + h_B) + p_1 y_1 - w L_1 + p_2 y_2 - w L_2$$

Átrendezés után:

$$p_1(x_1^A + x_1^B - \omega_1^A - \omega_1^B - y_1) + p_2(x_2^A + x_2^B - \omega_2^A - \omega_2^B - y_2) +$$
$$+ w(L_1 + L_2 - h_A - h_B) \equiv 0,$$

azaz

$$p_1 z_1(p_1, p_2, w) + p_2 z_2(p_1, p_2, w) + w z_h(p_1, p_2, w) \equiv 0.$$

2. Következmény
A Walras-törvény miatt az egyensúlyi feltételek nem alkothatnak független egyenletrendszert (három egyensúlyi egyenlet, két ismeretlen ár). Tehát az egyik egyensúlyi egyelet elhagyható és a rendszer nem lesz túlhatározott.

Egyensúlykeresési algoritmus termelés mellett

1. Algoritmus

- *Egyéni (termelői és fogyasztói) optimumfeladatok felírása*
- *Termelői optimumfeladatok megoldása (kínálati-, tényezőkeresleti- és profitfüggvények meghatározása)*
- *Fogyasztói optimumfeladatok megoldása (keresleti- és tényezőkínálati függvények meghatározása)*
- *Piaci egyensúlyi feltételek felírása (kereslet=kínálat minden piacon)*
- *Ármérce jószág kiválasztása (keresleti és kínálati függvények átírása úgy, hogy az ráraránytól függjenek)*
- *Egyensúlyi árak meghatározása (egy egyensúlyi egyenlet elhagyható)*
- *Egyénileg fogyasztott és termelt és felhasznált mennyiségek meghatározása*

2. Megjegyzés
A fenti algoritmus N termék, M fogyasztó, R vállalat és K termelési tényező esetén is alkalmazható.

Példa:

- Két vállalat technológiája: $y_1 = \sqrt{L_1}, y_2 = \sqrt{L_2}$
- Két fogyasztó hasznossági függvénye:

$$U_A = \frac{x_1^A x_2^A}{h_A}, U_B = \frac{x_1^B x_2^B}{h_B}$$

- Két fogyasztó készletei: $\omega_1^A = 100, \omega_2^A = 200, \omega_1^B = 300, \omega_2^B = 400, h_A = 16, h_B = 16$ (mindkét fogyasztó egy nap alatt maximum 16 órát dolgozik)
- $\theta_{A1} = 0,2; \theta_{A2} = 0,8; \theta_{A1} = 0,6; \theta_{A2} = 0,4$(Az A fogyasztó az 1-es vállalat profitjából 20%-ban részesedik stb.)

N termék, M fogyasztó, R vállalat és K termelési tényező

N termék, M fogyasztó, R vállalat és K termelési tényezőből álló gazdaság általános egyensúlya

- Ismeretlenek:
  - $M * N$ (N db fogyasztási jószág, M db fogyasztó)
  - $R * K$ (K db termelési tényező, R db vállalat)
  - N db fogyasztási ár
  - K db termelési tényező ár
  - Ismeretlenek száma: $M * N + N + R * K + K$
- Egyenletek:
  - $M*N$ db egyéni fogyasztói optimum-feltétel (elsőrendű feltételek+költségvetési korlátok a Lagrange-változókhoz)
  - $R * K$ db egyéni termelői optimum-feltétel (elsőrendű feltételek+termelési függvények a kínálathoz+újabb elsőrendű feltételek a Lagrange-változókhoz)
  - N db egyensúlyi feltétel a termékpiacokon: összkereslet=összkínálat
  - K db egyensúlyi feltétel a tényezőpiacokon: összkereslet=összkínálat
  - Egyenletek száma: $M * N + N + R * K + K$
- Tehát az egyenletek és az ismeretlenek száma megegyezik.
- DE mivel csak a relatív árak számítanak (a keresleti és kínálati függvények nulladfokon homogének), ármérce jószág (numéraire) választható (-1 ismeretlen).
- Azaz túlhatározottnak tűnik a rendszer (több az egyenlet, mint az ismeretlen).
- DE a Walras-törvény miatt nem függetlenek az egyensúlyi egyenletek!
- Tehát az egyenletrendszer mégsem túlhatározott, egy egyensúlyi egyenlet elhagyásával az egyensúly meghatározható az algoritmus szerint.

3. Megjegyzés
Az egyenletszámlálás módszere itt sem feltétlenül vezet eredményre, mert negatív árak is adódhatnak, ugyanis valójában a költségvetési korlátok és az egyensúlyi feltételek egyenlőtlenségek és nem egyenletek!$\rightarrow$ *Az egyensúly egzisztenciájának problémája (lásd később).*

Jóléti tételek termelés mellett

2. Állítás
A jóléti közgazdaságtan I. és II. tétele termelés mellett is érvényes.

2. Bizonyítás
Az egyéni fogyasztói optimumok esetén: $MRS_{12}^A = -\frac{p_1}{p_2}, MRS_{1h}^A = -\frac{p_1}{w}$ *és* $MRS_{12}^B = -\frac{p_1}{p_2}, MRS_{1h}^B = -\frac{p_1}{w}$. *Tehát*

$$MRS_{12}^A = MRS_{12}^B \quad MRS_{1h}^A = MRS_{1h}^B.$$

A termelési függvényekből:

$$y_1 = f_1(L_1) \quad y_2 = f_2(L_2) \quad L_1 + L_2 = h_A + h_B$$

$$L_1 = f_1^{-1}(y_1) \quad L_2 = f_2^{-1}(y_2)$$

$$F(y_1, y_2) \doteq f_1^{-1}(y_1) + f_2^{-1}(y_2) - h_A - h_B$$

A transzformációs görbe:

$$T(y_1, y_2) \doteq F(y_1 + \omega_1^A + \omega_1^B, y_2 + \omega_2^A + \omega_2^B)$$

A termelői optimumokban $mp_1 = \frac{w}{p_1}$ *és* $mp_2 = \frac{w}{p_2}$. *Emiatt pedig*

$$MRT = -\frac{\partial T/\partial y_1}{\partial T/\partial y_2} = \frac{mp_2}{mp_1} = -\frac{w/p_2}{w/p_1} = -\frac{p_1}{p_2},$$

tehát $MRS_{12}^A = MRS_{12}^B = MRT$, *azaz az I. jóléti tétel teljesül.*

Legyen $x_1^A, x_2^A, h_A, x_1^B, x_2^B, h_B, L_1, L_2, y_1, y_2$ *egy tetszőleges Pareto-hatékony állapot. Ekkor* $MRS_{12}^A = MRS_{12}^B = MRT$ *és* $MRS_{1h}^A = MRS_{1h}^B$. *Válasszunk ármércét:* $w \doteq 1$. *Ekkor válasszuk meg a* p_1, p_2 *árakat úgy, hogy teljesülön:* $MRS_{1h}^A = MRS_{1h}^B \doteq \frac{p_1}{w}$ *és* $MRS_{12}^A = MRS_{12}^B = MRT \doteq -\frac{p_1}{p_2}$. *Ezután osszuk újra az indulókészleteket, hogy a fogyasztók költségvetési korlátjai a választott árakkal teljesüljenek. Így a II. jóléti tétel teljesül.*

Fő kérdések

Az általános egyensúlyelmélet négy fő kérdése

- Egzisztencia: létezik-e egyensúly?
- Hatékonyság: Pareto-hatékony-e az egyensúly?
- Unicitás: Egyértelmű-e az egyensúly, vagy több egyensúlyi árrendszer is elképzelhető?
- Stabilitás: Ha (pl. keresleti, vagy technológiai sokk hatására) kimozdul a gazdaság az egyensúlyból, akkor visszatér-e oda?

Egzisztencia
Arrow és Debreu (1954) egzisztenciatétele szerint a fogyasztói és a termelői oldal bizonyos adottságaira nézve kell megszorításokkal élni ahhoz, hogy létezzen versenyzői egyensúly. Az egyenletmegoldó módszerből ez nem következik. A probléma matematikai alapjai igen bonyolultak, de az egszitenciafeltételek a következők (csak felsorolás):

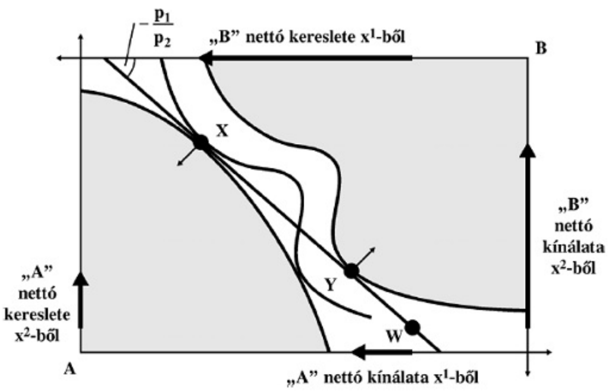
- az egyes termelési egységek (vállalatok) lehetséges termelési terveinek halmazai konvex, zárt halmazok és tartalmazzák az origót, azaz nem növekvő a volumenhozadék és a termelőegységek beszüntethetik a termelést
- az aggregált termelési halmaz nem tartalmazza a pozitív ortánst, azaz minden termelés igényel valamilyen felhasználást az aggregált termelési tevékenységek irreverzibilisek (visszafordíthatatlanok)

- a lehetséges egyéni fogyasztási halmazok konvex, zárt és korlátos halmazok
- az egyéni preferenciákat reprezentáló hasznossági függvényektől folytonos, monoton függvények
- a közömbösségi felületek konvexek
- a fogyasztók rendelkeznek indulókészletekkel
- a vállalatok minden profitját felosztják a fogyasztók között rögzített arányban

Hatékonyság

Milyen megszorítások szükségesek ahhoz, hogy a jóléti tételek teljesüljenek?

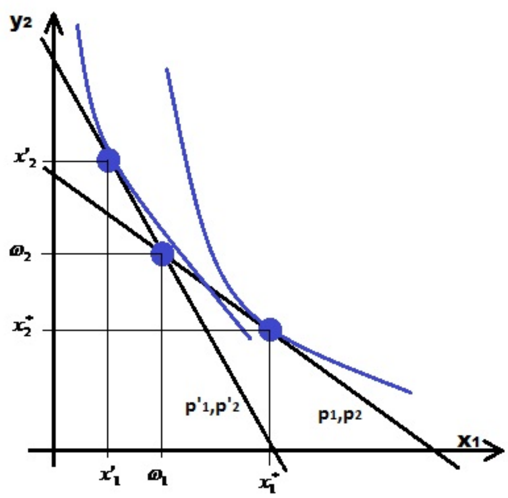
Pl.: Konvexitás hiányában a II. jóléti tétel nem teljesül



Unicitás

Milyen feltételek mellett lesz az egyensúly egyértelmű? (Nem mindegy, hogy egy, vagy több egyensúlyi árrendszer van!)

Kitérő:



Kinyilvánított preferencia

$$p_1x_1^* + p_2x_2^* = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$$

$$p_1'x_1' + p_2'x_2' = p_1'\omega_1 + p_2'\omega_2$$

$$p_1x_1' + p_2x_2' > p_1\omega_1 + p_2\omega_2$$
$$p_1'x_1^* + p_2'x_2^* > p_1'\omega_1 + p_2'\omega_2$$
$$p_1z_1' + p_2z_2' > 0 \;\; p_1'z_1 + p_2'z_2 > 0$$

1. Definíció
Egy $\mathbf{z}(\mathbf{p})$ *túlkeresleti függvényre teljesül a* kinyilvánított preferencia gyenge axiómája (WARP), *ha bármely* $\mathbf{p}^0 \neq \kappa\mathbf{p}$ *árrendszer mellett* $\mathbf{p}^0\mathbf{z}(\mathbf{p}) \geq 0$

Milyen feltételek mellett lesz az egyensúly egyértelmű? (Nem mindegy, hogy egy, vagy több egyensúlyi árrendszer van!)

3. Állítás
Ha egy gazdaságban a $\mathbf{z}(\mathbf{p})$ *túlkeresleti függvényre teljesül a kinyilvánított preferencia gyenge axiómája, akkor a versenyzői egyensúly egyértelmű.*

Stabilitás
Hogyan viselkedik a gazdasági rendszer, ha nincs egyensúlyban (Dinamikus viselkedés)?
Áralkalmazkodási szabály:

- Ha $D(p) - S(p) > 0$ (túlkereslet), akkor p nő
- Ha $D(p) - S(p) > 0$ (túlkínálat), akkor p csökken

2. Definíció
A versenyzői gazdaság folytonos dinamikus (Samuelson-féle) áralkalmazkodási szabálya:

$$\dot{p}(t) = \frac{dp(t)}{dt} = \mu\left[D(p(t) - S(p(t)))\right] = (\mu Z\left(p(t)\right))$$

A p_0 *egyensúlyi ár mellett:* $\dot{p}(t) = 0$*, tehát* $D(p_0) = S(p_0)$*.*

Lineáris kereslet és kínálat, folytonos áralkalmazkodás

$$D(p) \doteq A - Bp, \quad S(p) = C + Dp \;\; (A, B, C, D > 0)$$

$$\dot{p}(t) = \underbrace{A - C}_{\alpha} + \underbrace{(-B - D)}_{\beta} p$$

$$\dot{p}(t) = \alpha + \beta p(t) \;\; (\beta < 0)$$

Lineáris differenciálegyenlet megoldásának alakja: $p(t) = e^{\beta t} + c_0$
Az egyensúly stabil, ha $\beta < 0$.

3. Definíció
A versenyzői gazdaság diszkrét dinamikus (Ezekiel-féle) áralkalmazkodási szabálya:

$$D(p_t)$$

A kínálat egy időszakkal későbbi ár alapján alkalmazkodik a keresléthez:

$$S(p_{t-1})$$

Egyensúlyban: $D(p_t) = S(p_{t-1})$*.*

Lineáris kereslet és kínálat, diszkrét áralkalmazkodás (Pókháló-modell)

$$D(p_t) \doteq A - Bp_t, \quad S(p_{t-1}) \doteq C + Dp_{t-1} \quad (A, B, C, D > 0)$$

Egyensúlyban a keresett és kínált mennyiségek megegyeznek:

$$D(p_t) = A - Bp_t = C + Dp_{t-1} = S(p_{t-1})$$

$$p_t = \underbrace{\frac{A-C}{B}}_{\alpha} + \underbrace{\left(-\frac{D}{B}\right)}_{\beta} p_{t-1}$$

Lineáris differencia egyenlet:

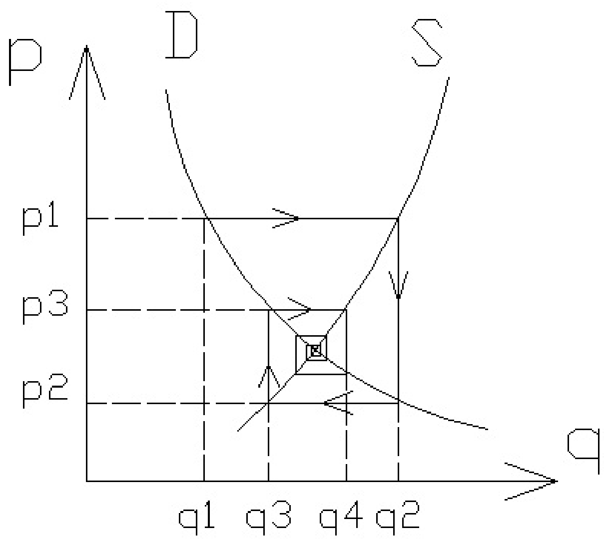
$$p_t = \alpha + \beta p_{t-1}$$

Lineáris kereslet és kínálat, diszkrét áralkalmazkodás (Pókháló-modell)

Lineáris differencia egyenlet:

$$p_t = \alpha + \beta p_{t-1}$$

A $p_t = p_{t-1}$ egyensúly stabil, ha $|\beta| < 1$, azaz ha $D < B$ (a kínálat kevésbé árérzékeny, mint a kereslet), akkor az árak a piaci egyensúly felé konvergálnak.



Samuelson-féle folytonos dinamikus áralkalmazkodás az általános egyensúlyi modellben:

$$\dot{p}_i(t) = \frac{dp_i(t)}{dt} = \mu_i \left[D_i(p_1(t), \ldots, p_n(t)) - S_i(p_1(t), \ldots, p_n(t)) \right]$$

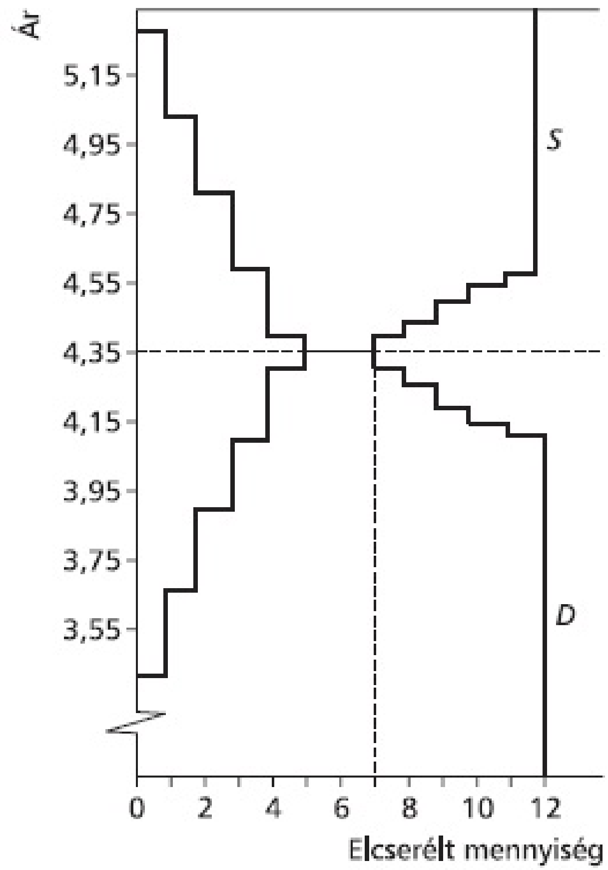
$$(i = 1, \ldots, n)$$

4. Állítás

Ha teljesül a kinyilvánított preferencia gyenge axiómája, akkor az általános egyensúly stabil a Samuelson-féle folytonos dinamikus áralkalmazkodási szabállyal.

Piaci kísérletek

- A versenyzői gazdaság modelljének „tesztelése”
- Eladókat és vevőket sorsolják
- Tájékoztatás: 100 zsetont kap kölcsön, amiből legfeljebb 3 egységet vásárolhat egy áruból, amelynek az ára 6 zseton. Az első megvásárolt egységet 16 zsetonért továbbadhatja a kísérlet vezetőjének, a másodikat 11 zsetonért, a harmadikat pedig 3 zsetonért. A kölcsönkapott 100 zseton visszafizetése után fennmaradó összeg az Ön profitja. A kísérlet végén ezt a profitot dollárra válthatja, és hazaviheti.



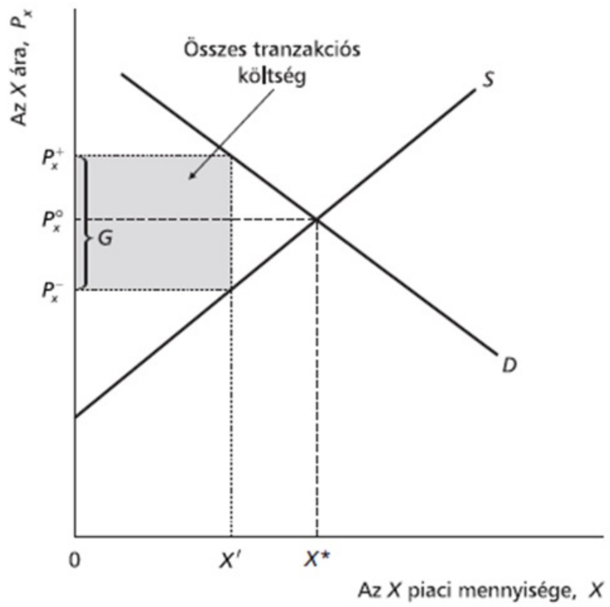
Nem tökéletes piacok

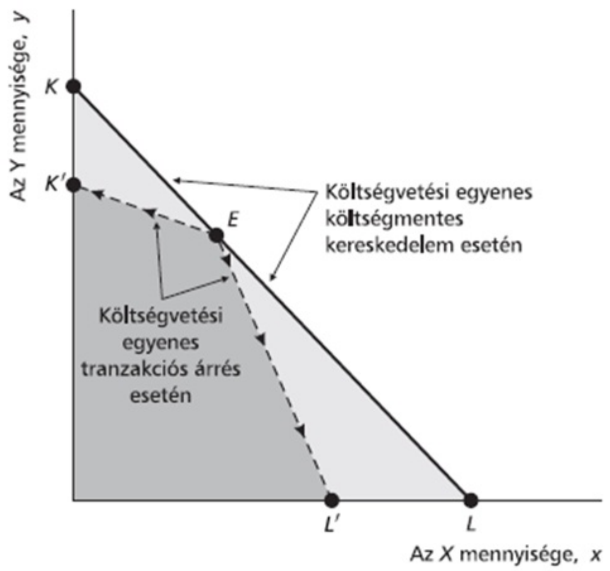
Nem tökéletes piacok

- Tranzakciós költségek: a szerződéskötés, azaz most a csere költségei
- Oka lehet:
  - Információs aszimmetria
  - Tulajdonjogi problémák
  - Földrajzi távolság az eladók és vevők közt
  - Stb.

Nem tökéletes piacok

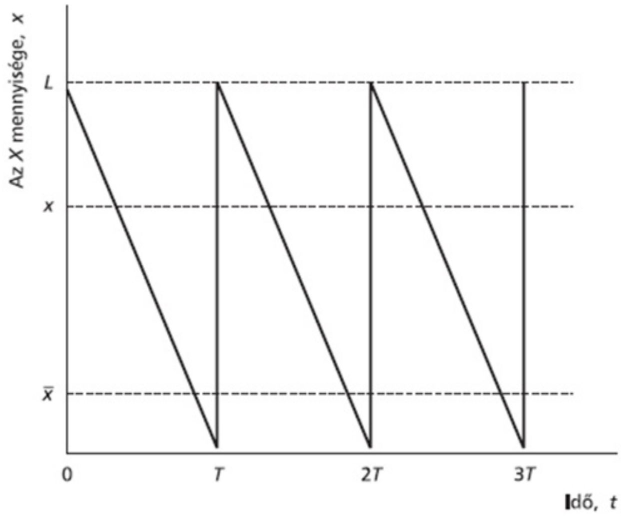
Arányos tranzakciós költségek: Az X jószág minden egyes egysége után G díjat kell fizetni.

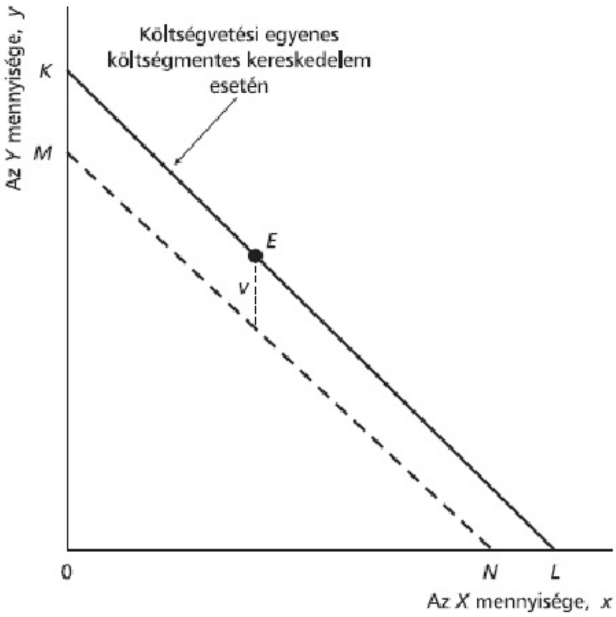




Az arányos tranzakciós költségek hatására elválik egymástól a vételi és az eladási ár. Minél nagyobb az árkülönbözet, annál nagyobb valószínűséggel választják az egyének az önellátást, és annál kisebb a piaci kereskedelem teljes volumene.

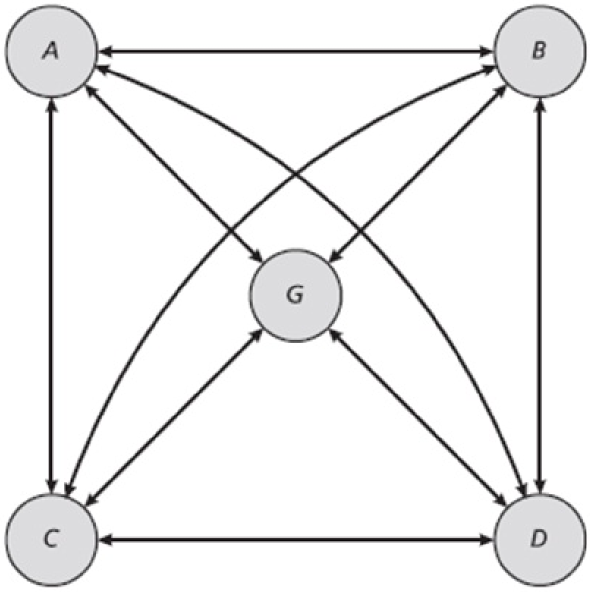
Egyösszegű tranzakciós költségek: Az egyösszegű tranzakciós költségek nem hoznak létre árrést a vételi és az eladási ár között. Másfelől viszont a fogyasztókat arra késztetik, hogy csak diszkrét időközönként kereskedjenek. Emiatt a vevők és az eladók is arra kényszerülnek, hogy készleteket tartsanak. Magasabb tranzakciós díjak és a velük járó magasabb készlettartási költségek növelik az egyéni önellátás valószínűségét, és csökkentik a piaci kereskedelem teljes volumenét. Szélsőséges esetben a piac működése ellehetetlenül.





A pénz szerepe

- A pénz mint csereeszköz
- A pénz mint átmeneti értékörző



A pénz csökkenti a piaci kereskedelem költségeit. (A javak fizikai átruházásának költségeit azonban nem. Ezek minden gazdasági rendszerben felmerülnek, amelyben létezik munkamegosztás.) Ha egyetlen áru tölti be a csereeszköz szerepét, kevesebb kétirányú tranzakciós csatornára van szükség. Továbbá, az ilyen csereeszköz a három- sőt többoldalú kereskedést is lehetővé teszi, ami barter esetén kivitelezhetetlen. A kereskedéshez árukészletekre is szükség lehet. A csere költségei akkor a legalacsonyabbak, ha konszenzus alakul ki egyetlen pénzként funkcionáló áru körül, amely ennek folytán mindenki számára betöltheti az átmeneti értékőrző szerepét.

4. Megjegyzés
A pénz szerepének átfogó elemzéséhez szükség van az idődimenzió bevonására.